

2. Analysis – Gebrochenrationale Funktionen (36%)

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung

$$y = f(x) = \frac{18 - 2 \cdot x^2}{x^2 - 4}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad |x| \neq 2,$$

ihr Graph sei G ; es gilt

$$f''(x) = 20 \cdot \frac{4 + 3 \cdot x^2}{(x^2 - 4)^3}.$$

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte von G mit den Koordinatenachsen und die Gleichungen der Pole und der waagerechten Asymptote. Untersuchen Sie G auf Symmetrie.
- Bestimmen Sie die erste Ableitung von $f(x)$ und berechnen Sie die lokalen Extrempunkte von G .
Begründen Sie, dass G keine Wendepunkte hat.
- Zeichnen Sie G im Intervall $-6 \leq x \leq 6$.

- Zeigen Sie, dass die Funktion F mit der Gleichung

$$F(x) = -2 \cdot x + \frac{5}{2} \cdot \ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$$

eine Stammfunktion von f ist.

- Berechnen Sie den Inhalt A der Fläche, die begrenzt wird durch die x -Achse, den Graph G und die Gerade $x = 6$.
- T_1 und T_2 sind Tangenten an G in den Schnittpunkten von G mit der x -Achse. Ermitteln Sie die Gleichungen dieser Tangenten.
- Die Tangenten bilden mit der Geraden $y = -2$ ein Dreieck. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.