

1. Analysis (35%)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = (\ln x)^2 - \ln x^a$, $a \in \mathbb{R}$.

- Geben Sie den Definitionsbereich von f_a an.
- Bestimmen Sie die Nullstellen von f_a .
Geben Sie insbesondere die Nullstellen von f_2 an.
- Zeigen Sie, dass alle Extrempunkte von f_a die Koordinaten $E\left(\sqrt{e^a}; -\frac{a^2}{4}\right)$ haben.
- Bestimmen Sie die Extrem- und Wendepunkte des Graphen von f_2 .
- Zeichnen Sie den Graphen von f_2 im Intervall $0 < x \leq 10$ unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse.
- Bestimmen Sie die Gleichungen der Tangenten an den Graphen von f_2 in den Schnittpunkten mit der x -Achse. Zeichnen Sie diese Tangenten ein.
- Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f_2 mit der x -Achse einschließt. (zur Kontrolle: $F_2(x) = x \cdot (\ln x)^2 - 4x \cdot \ln x + 4x$)