

# Schriftliches Abitur im Fach Mathematik

1998 / 99

## Leistungskurs

### Aufgabe 2 Analysis 30%

Für jedes  $a > 0$  ist eine Funktion  $f_a$  gegeben durch  $f_a(x) = \frac{x}{x^2 + a^2}$ ;  $x \in \mathbb{R}$ . Ihr Schaubild sei  $K_a$ .

- Untersuchen Sie  $K_a$  auf Symmetrie, Asymptoten, Polstellen, Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse, Extrem- und Wendepunkte. (Bei der Untersuchung der Wendepunkte wird auf die hinreichende Bedingung verzichtet.) Zeichnen Sie  $K_{0,5}$  im Bereich  $-3 \leq x \leq 3$ . (LE 2 cm)
- Begründen Sie, daß die beiden Extrempunkte und die beiden vom Ursprung verschiedenen Wendepunkte von  $K_a$  ein Parallelogramm bilden. Für welchen Wert von  $a$  erhält man ein Rechteck?
- Für jedes  $a > 0$  ist außerdem eine Funktion  $g_a$  gegeben durch  $g_a(x) = \ln(f_a(x))$ ;  $x > 0$ . Wie viele Nullstellen besitzt  $g_a$ ?