

1. Klausur MA – 2 Gebrochenrationale Funktionen

1. Gegeben ist die Funktionenschar

$$f_k(x) = \frac{x^2 - (k+2) \cdot x + k + 1}{x}$$

$k \in \mathbb{R}$.

- a) Diskutieren Sie den Verlauf der Funktion für $k = 1$ (bei der Untersuchung der Wendepunkte genügt die notwendige Bedingung), skizzieren Sie ihren Graphen. 18
- b) Bestätigen Sie: Alle Funktionen der Kurvenschar haben eine gemeinsame Nullstelle. 4
- c) Zeigen Sie: Die Funktionen der Schar sind entweder streng monoton steigend oder Sie besitzen Extremwerte. 4

2. Für jedes $a > 0$ ist eine Funktion f_a gegeben durch

$$f_a(x) = \frac{x}{x^2 + a^2}$$

$x \in \mathbb{R}$.

Ihr Schaubild sei K_a .

- a) Untersuchen Sie K_a auf Symmetrie, 1
 Asymptoten, 1
 Polstellen, 1
 Schnittpunkte mit der x -Achse, 1
 Extrempunkte 9
 und Wendepunkte. (Bei der Untersuchung der Wendepunkte wird auf die hinreichende Bedingung verzichtet.) 5
 Zeichnen Sie $K_{0,5}$ im Bereich $-3 \leq x \leq 3$. (LE 2 cm) 4
- b) Begründen Sie, daß die beiden Extrempunkte und die beiden vom Ursprung verschiedenen Wendepunkte von K_a ein Parallelogramm bilden. 3
 Für welchen Wert von a erhält man ein Rechteck? 4

gesamt 55