

2. Klausur MA – 2 Exponential – und Logarithmusfunktionen

1. Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit

$$f_a(x) = \frac{a}{x} + \frac{\ln x}{x}$$

$a \in \mathfrak{R}$.

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f_a und untersuchen Sie den Graphen von f_a auf Nullstellen. 1
2
- b) Ermitteln Sie die Extrema und Wendepunkte (für die Wendepunkte genügt die Untersuchung der notwendigen Bedingung). 15

$$\text{Zur Kontrolle: } f_a''(x) = \frac{-3 + 2a + 2 \ln x}{x^3}.$$

- c) Geben Sie die Gleichungen von allen Asymptoten an (Pole und horizontale Asymptote) 4
- d) Skizzieren Sie den Graphen von f_2 im Bereich $0 < x \leq 5$. 5
- e) Bestimmen Sie die Ortskurve aller Maxima von f_a . 4
- f) Die Gerade $x = 1$ schneidet den Graph von f_{a_1} in P_{a_1} und den Graph von f_{a_2} in P_{a_2} . Die Tangente t_{a_1} an f_{a_1} im Punkt P_{a_1} und die Tangente t_{a_2} an f_{a_2} im Punkt P_{a_2} schneiden sich im Punkt S . 9
Zeigen Sie, dass die Schnittpunktkoordinaten von S unabhängig von der Wahl der a_1 und a_2 sind.

2. Gegeben sei die Funktion f durch

$$f(x) = 3x^2 \cdot e^{-0,5x^2}$$

$x \in \mathfrak{R}$.

- a) Bilden Sie die ersten beiden Ableitungen der Funktion. 3
Kontrollergebnis:
$$f''(x) = e^{-0,5x^2} \cdot (3x^4 - 15x^2 + 6)$$
- b) Untersuchen Sie die Funktion auf Symmetrie, Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte. (Bei der Untersuchung der Wendepunkte kann auf die hinreichende Bedingung verzichtet werden.) 20
- c) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion f für $x \rightarrow \pm\infty$. 2
- d) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f im Intervall $-5 < x < 5$. 5

gesamt 70