

6.a) $N(x) = x^3 + 6x^2 - 40x = x(x^2 + 6x - 40) = 0 \Rightarrow x_{D1} = 0, x_{D2} = 4, x_{D3} = -10$

6.b) $Z(x) = x^4 + 21x^3 + 74x^2 - 240x = x(x^3 + 21x^2 + 74x - 240)$

$Z(x_{D1}) = Z(0) = 0 \Rightarrow x_{D1}$ ist eine stetig hebbare Definitionslücke (ein „Loch“)

$$\lim_{x \rightarrow x_{D1}} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 21x^2 + 74x - 240}{x^2 + 6x - 40} = \frac{-240}{-40} = 6$$

$Z(x_{D2}) \neq 0 \Rightarrow x_{D2}$ ist eine Polstelle (mit Vorzeichenwechsel)

$Z(x_{D3}) \neq 0 \Rightarrow x_{D3}$ ist eine Polstelle (mit Vorzeichenwechsel)

6.c) $(x^4 + 21x^3 + 74x^2 - 240x) : (x^3 + 6x^2 - 40x) = x + 15 + \text{Rest}$

$\Rightarrow A(x) = x + 15$ ist die Asymptote der Funktion bzw.

für $x \rightarrow \pm\infty$ nähert sich der Graph von f dem Graphen von $A(x)$.

6d) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0)$ ist nicht definiert

Schnittpunkte mit der x-Achse sind die weiteren Nullstellen des Zählerpolynoms $Z(x)$.

$$0 = x^3 + 21x^2 + 74x - 240 \Rightarrow x_{N1} = -15, x_{N2} = -8, x_{N3} = 2$$

6.e) und f)

