



Senatsverwaltung für  
Bildung, Jugend und Sport

# Rahmenlehrplan für die Sekundarstufe I

Jahrgangsstufe 7-10

Hauptschule  
Realschule  
Gesamtschule  
Gymnasium



## Mathematik

## Impressum

### **Erarbeitung**

Dieser Rahmenlehrplan wurde vom Berliner Landesinstitut für Schule und Medien (LISUM) erarbeitet.

### **Herausgeber**

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin

### **Inkraftsetzung**

Dieser Rahmenlehrplan wurde von der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin zum Schuljahr 2006/2007 in Kraft gesetzt.

Printed in Germany

1. Auflage 2006

Druck: Oktoberdruck AG Berlin

Dieses Werk ist einschließlich aller seiner Teile urheberrechtlich geschützt. Die Herausgeber behalten sich alle Rechte einschließlich Übersetzung, Nachdruck und Vervielfältigung des Werkes vor. Kein Teil des Werkes darf ohne ausdrückliche Genehmigung der Herausgeber in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Dieses Verbot gilt nicht für die Verwendung dieses Werkes für die Zwecke der Schulen und ihrer Gremien.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Bildung und Erziehung in der Sekundarstufe I</b> .....	<b>5</b>
1.1	Grundsätze .....	5
1.2	Lernen und Unterricht .....	6
1.3	Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung .....	8
<b>2</b>	<b>Beitrag des Mathematikunterrichts zum Kompetenzerwerb</b> .....	<b>9</b>
2.1	Mathematische Kompetenzen .....	10
2.2	Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche .....	10
2.3	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche (nach Leitideen) .....	12
<b>3</b>	<b>Standards</b> .....	<b>14</b>
3.1	Inhaltsbezogene Standards .....	14
3.2	Prozessbezogene Standards .....	20
<b>4</b>	<b>Themen und Inhalte</b> .....	<b>23</b>
4.1	Übersicht .....	23
4.2	Doppeljahrgangsstufe 7/8 .....	24
4.2.1	Pflichtbereich .....	24
4.2.2	Wahlbereich .....	40
4.3	Doppeljahrgangsstufe 9/10 .....	44
4.3.1	Pflichtbereich .....	44
4.3.2	Wahlbereich .....	58
<b>5</b>	<b>Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung im Mathematikunterricht</b> .....	<b>63</b>
<b>6</b>	<b>Wahlpflichtfach Mathematik</b> .....	<b>66</b>



# 1 Bildung und Erziehung in der Sekundarstufe I

## 1.1 Grundsätze

Es ist Aufgabe der Schule, die Lernenden bei der Entwicklung ihrer individuellen Persönlichkeit optimal zu unterstützen. Deshalb knüpft die Schule an das Weltverstehen sowie die Lernerfahrungen der Schülerinnen und Schüler an und greift ihre Interessen auf. In der Sekundarstufe I erweitern und vertiefen Schülerinnen und Schüler ihre bis dahin erworbenen Fähigkeiten und Fertigkeiten mit dem Ziel, sich auf die Anforderungen ihrer zukünftigen Lebens- und Arbeitswelt vorzubereiten.

**Lernerfahrungen**

Die Lernenden erweitern ihre interkulturelle Kompetenz und bringen sich im Dialog und in der Kooperation mit Menschen unterschiedlicher kultureller Prägung aktiv und gestaltend ein. Eigene und gesellschaftliche Perspektiven werden von ihnen zunehmend sachgerecht eingeschätzt. Die Lernenden übernehmen Verantwortung für sich und ihre Mitmenschen, für die Gleichberechtigung der Menschen ungeachtet des Geschlechts, der Abstammung, der Sprache, der Herkunft, einer Behinderung, der religiösen oder politischen Anschauungen, der sexuellen Identität und der wirtschaftlichen oder gesellschaftlichen Stellung. Im Dialog zwischen den Generationen nehmen sie eine aktive Rolle ein. Sie setzen sich mit wissenschaftlichen, technischen, rechtlichen, politischen, sozialen und ökonomischen Entwicklungen auseinander, nutzen deren Möglichkeiten und schätzen Handlungsspielräume, Perspektiven und Folgen zunehmend sachgerecht ein. Sie gestalten Meinungsbildungsprozesse und Entscheidungen mit und eröffnen sich somit vielfältige Handlungsalternativen.

**Demokratisches Handeln**

Der beschleunigte Wandel einer von Globalisierung geprägten Welt sowie die Erweiterung des Wissens und seine Verfügbarkeit erfordern eine Neuorientierung für das Lernen im Unterricht. Die Vorstellung, man könne ausschließlich von einem in der Jugend erworbenen Wissensvorrat lebenslang zehren, ist von einem dynamischen Modell der Kompetenzentwicklung abgelöst worden. Ziel der Kompetenzentwicklung ist die erfolgreiche Bewältigung vielfältiger Herausforderungen im Alltags- und im späteren Berufsleben. Um angemessene Handlungsentscheidungen treffen zu können, lernen Schülerinnen und Schüler, zunehmend sicher zentrale Zusammenhänge grundlegender Wissensbereiche sowie die Funktion und Bedeutung vielseitiger Erfahrungen zu erkennen und diese zur Erweiterung ihres bereits vorhandenen Wissens und Könnens zu nutzen.

**Kompetenzentwicklung**

Zur Entwicklung von Kompetenzen wird Wissen gezielt aufgebaut und vernetzt und geht durch vielfältiges Anwenden in kompetentes, durch Interesse und Motivation geleitetes Handeln über. Deshalb werden im Verlauf der Schulzeit zunehmend fachliche Grenzen überschritten und vernetztes Denken und Handeln gefördert.

Mithilfe ihres Wissens und ihrer Fähigkeiten bringen die Lernenden sich zunehmend sprachlich kompetent in die Diskussion alltäglicher und fachlicher Probleme ein. Dabei gestalten sie Meinungsbildungsprozesse und Entscheidungen mit und lernen, alleine und in der Gruppe vielfältige Handlungsmöglichkeiten zu entwickeln. Sie begegnen Situationen und Objekten zunehmend bewusst und sind in der Lage, ihre Erfahrungen zu reflektieren.

Die Chancen, Grenzen und Risiken von Medien und Technologien sind ihnen zunehmend vertraut und sie nutzen sie zum Erschließen, Aufbereiten, Produzieren und Präsentieren unterschiedlicher Inhalte sowie für Interaktionen.

**Medien und Technologien**

Welche Kompetenzen die Lernenden erwerben, erweitern und vertiefen müssen, wird durch die Standards am Ende jeder Doppeljahrgangsstufe verdeutlicht. Sie formulieren fachliche und überfachliche Qualifikationen und dienen Lernenden und Lehrenden als Orientierung für erfolgreiches Handeln. Sie sind auf ganzheitliches

**Standardorientierung**

Lernen ausgerichtet und bilden einen wesentlichen Bezugspunkt für die Unterrichtsgestaltung, für das Entwickeln von Konzepten zur individuellen Förderung der Schülerinnen und Schüler sowie für ergebnisorientierte Beratungsgespräche. Sie sind so verständlich und klar dargeboten, dass sie den Lernenden zunehmend als Referenzsystem für die Bewusstmachung, Gestaltung und Bewertung von Lernprozessen und Lernergebnissen dienen.

**Themenfelder und Inhalte** Für die Kompetenzentwicklung sind zentrale Themenfelder und Inhalte von Relevanz ausgewiesen, die sich auf die Kernbereiche der jeweiligen Fächer konzentrieren und sowohl fachspezifische als auch überfachliche Anforderungen deutlich werden lassen. So erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit zum exemplarischen Lernen und zum Erwerb einer grundlegenden, erweiterten oder vertieften allgemeinen Bildung. Dabei wird stets der Bezug zur Erfahrungswelt der Lernenden und zu den Herausforderungen an die heutige wie die zukünftige Gesellschaft hergestellt.

Anschlussfähiges und vernetztes Denken und Handeln als Grundlage für lebenslanges Lernen entwickeln Schülerinnen und Schüler, wenn sie in einem Lernprozess erworbenes Wissen und Können auf neue Bereiche übertragen und für eigene Ziele und Anforderungen in Schule, Beruf und Alltag nutzbar machen können.

Diesen Erfordernissen trägt der Rahmenlehrplan durch die Auswahl der Themenfelder und Inhalte Rechnung, bei der nicht nur die Systematik des Faches, sondern vor allem der Beitrag zur Kompetenzentwicklung berücksichtigt ist.

**Schulinterne Curricula** Darüber hinaus bietet der Rahmenlehrplan Orientierung und Raum für die Gestaltung schulinterner Curricula, in denen auf der Grundlage der Vorgaben des Rahmenlehrplans der Bildungs- und Erziehungsauftrag von Schule standortspezifisch konkretisiert wird. Dazu werden fachbezogene, fachübergreifende und fächerverbindende Entwicklungsschwerpunkte sowie profilbildende Maßnahmen festgelegt.

Die Kooperation innerhalb der einzelnen Fachbereiche bzw. Fachkonferenzen ist dabei von ebenso großer Bedeutung wie fachübergreifende Absprachen und Vereinbarungen. Bei der Erstellung schulinterner Curricula werden regionale und schulspezifische Besonderheiten sowie die Neigungen und Interessenlagen der Lernenden einbezogen. Dabei arbeiten alle an der Schule Beteiligten zusammen und nutzen auch die Anregungen und Kooperationsangebote externer Partner.

Zusammen mit dem Rahmenlehrplan ist das schulinterne Curriculum ein prozessorientiertes Steuerungsinstrument im Rahmen von Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung. Wenn in einem schulinternen Curriculum überprüfbare und transparente Ziele formuliert werden, entsteht die Grundlage für eine effektive Evaluation des Lernens und des Unterrichts.

## 1.2 Lernen und Unterricht

**Lernkultur** Lernen und Lehren in der Sekundarstufe I tragen den besonderen Entwicklungsabschnitten Rechnung, in denen sich die Kinder und Jugendlichen befinden. Die Lernenden erhalten zunehmend die Möglichkeit, Verantwortung zu übernehmen und sich aktiv an der Gestaltung von Unterricht zu beteiligen.

Beim Lernen konstruiert jede/r Einzelne ein für sich selbst bedeutsames Abbild der Wirklichkeit auf der Grundlage ihres/seines individuellen Wissens und Könnens sowie ihrer/seiner Erfahrungen und Einstellungen. Diese Tatsache bedingt eine Lernkultur, in der sich Schülerinnen und Schüler ihrer eigenen Lernwege bewusst werden, diese weiterentwickeln sowie unterschiedliche Lösungen reflektieren und selbstständig Entscheidungen treffen. So wird lebenslanges Lernen angebahnt und die Grundlage für motiviertes, durch Neugier und Interesse geprägtes Handeln ge-

schaffen. Fehler und Umwege werden dabei als bedeutsame Bestandteile von Erfahrung- und Lernprozessen akzeptiert.

Neben der Auseinandersetzung mit dem Neuen sind Phasen der Anwendung, des Übens, des Systematisierens sowie des Vertiefens und Festigens für erfolgreiches Lernen von großer Bedeutung, denn nur in der praktischen Umsetzung wird der Kompetenzerwerb der Lernenden gefördert. Solche Lernphasen ermöglichen auch die gemeinsame Suche nach Anwendungen für neu erworbenes Wissen und verlangen eine variantenreiche Gestaltung im Hinblick auf Übungssituationen, in denen vielfältige Methoden und Medien zum Einsatz gelangen.

**Lernphasen**

Besondere Aufmerksamkeit gilt der Wahrnehmung und Stärkung von Mädchen und Jungen in ihrer geschlechtsspezifischen Unterschiedlichkeit und Individualität. Sie werden darin unterstützt, sich bei aller Verschiedenheit als gleichberechtigt wahrzunehmen und in kooperativem Umgang miteinander und voneinander zu lernen. Dazu trägt auch eine Sexualerziehung bei, die relevante Fragestellungen fachübergreifend berücksichtigt.

**Mädchen und Jungen**

Inhalte und Themenfelder werden durch fachübergreifendes Lernen in größerem Kontext erfasst, dabei werden Bezüge zu Außerfachlichem hergestellt und gesellschaftlich relevante Aufgaben in ihrer Ganzheit verdeutlicht. Die Vorbereitung und Durchführung von fächerverbindenden Unterrichtsvorhaben und Projekten fördert die Kooperation der Unterrichtenden und ermöglicht allen Beteiligten eine multiperspektivische Wahrnehmung.

**Lernmethoden**

Die vorliegenden Rahmenlehrpläne bieten die Grundlage für die Bildung von Lernbereichen. Gemäß § 12 Absatz 2 des Schulgesetzes von Berlin gibt es hierbei zwei Gestaltungsmöglichkeiten. Zum einen können mehrere Unterrichtsfächer zu einem Fach zusammengefasst werden, zum anderen kann der Unterricht in mehreren Fächern durch enge Absprachen und schulinterne curriculare Festlegungen fachübergreifend gemeinsam gestaltet werden. Im schulinternen Curriculum werden die Zielsetzungen des Lernbereichs, der inhaltliche Zusammenhang zwischen den einbezogenen Fächern und der Anteil der jeweiligen Fächer festgelegt. Die in den Rahmenlehrplänen angeführten Pflichtbereiche sind hierbei verbindlich.

**Lernbereiche**

Die zunehmende internationale Kooperation und der globale Wettbewerb verändern die Erwartungen an Lernende. Die Fähigkeit, Vorträge, Texte und Materialien zu einer Vielfalt von Themen in einer Fremdsprache verstehen und auch selbst präsentieren zu können, wird in international agierenden Firmen und Institutionen von qualifizierten Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern erwartet. Darüber hinaus ist im Kontext internationalen Zusammenwirkens die Bereitschaft zum interkulturell sensiblen Umgang miteinander von großer Bedeutung.

**Fremdsprachiger Sachfachunterricht**

Unterrichtssequenzen eines Faches in der Fremdsprache können den Lernenden ermöglichen, sich auf die neuen Herausforderungen in einer globalisierten Welt vorzubereiten. Vertiefend können sie dies an Schulen tun, in denen neben dem Fremdsprachenunterricht mindestens ein weiteres Fach in einer Fremdsprache unterrichtet wird.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache erfolgt auf der Grundlage der curricularen Vorgaben für die jeweiligen Unterrichtsfächer und wird durch Festlegungen in schulinternen Curricula präzisiert und erweitert. Die Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung erfolgt auf der Grundlage der für das jeweilige Sachfach festgelegten Bewertungskriterien.

Bilinguale Züge und Schulen arbeiten auf der Grundlage besonderer Regelungen, die u. a. Festlegungen bezüglich der fremdsprachig erteilten Unterrichtsfächer treffen. Auch für diese Fächer gelten die Rahmenlehrpläne der Berliner Schule mit den jeweiligen schulspezifischen Ergänzungen in Form von Unterrichtsplänen, die Elemente der jeweiligen Referenzkulturen einbeziehen.

Der Sachfachunterricht in der Fremdsprache bietet in besonderer Weise die Möglichkeit zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Lernen. Er bezieht verstärkt Themenbeispiele, Sichtweisen und methodisch-didaktische Ansätze aus den jeweiligen Bezugskulturen ein. Auf diese Weise fördert er die multiperspektivische Auseinandersetzung mit fachspezifischen Zusammenhängen und damit die Reflexion und Neubewertung der eigenen Lebenswirklichkeit und der eigenen Wertvorstellungen.

**Projektarbeit** Im Rahmen von Projekten, an deren Planung und Organisation sich Schülerinnen und Schüler ihrem Alter entsprechend aktiv beteiligen, werden über Fachgrenzen hinaus Lernprozesse vollzogen und Lernprodukte erstellt. Dabei nutzen Lernende überfachliche Fähigkeiten und Fertigkeiten, wie z. B. Methoden des Dokumentierens und Präsentierens. Auf diese Weise bereiten sie sich auf die Anforderungen der jeweils folgenden Schulstufe sowie der Lebens- und Arbeitswelt und damit auf eine zunehmend aktive Teilnahme am gesellschaftlichen Leben vor.

**Außer-schulische Erfahrungen** Die Teilnahme an Projekten und Wettbewerben, an Auslandsaufenthalten und internationalen Begegnungen hat eine wichtige Funktion beim Lernen. Sie erweitert den Erfahrungshorizont der Schülerinnen und Schüler und trägt mit zu ihrer interkulturellen Handlungsfähigkeit bei. Dem Bedürfnis nach Orientierung und der Klärung existenzieller Fragen wird dabei ebenso Rechnung getragen wie der Identitätssuche und der Suche nach einem Platz in der demokratischen Gesellschaft.

### 1.3 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

**Lernberatung** Kontinuierliche Rückmeldung und Lernberatung bilden die Grundlage für eine individuelle Lernentwicklung und stärken die Lernbereitschaft. Entscheidend für das erfolgreiche Lernen der Schülerinnen und Schüler ist eine fachkundige Diagnostik, mit der anhand nachvollziehbarer Kriterien Lernentwicklung festgestellt und möglicher Förderbedarf beschrieben wird.

So entwickeln Kinder und Jugendliche die Fähigkeit, ihre eigenen Stärken und Schwächen sowie die Qualität ihrer Leistungen realistisch einzuschätzen und kritische Rückmeldungen und Beratung als Chance für die persönliche Weiterentwicklung zu verstehen. Sie lernen auch, anderen Menschen ein faires und sachliches Feedback zu geben, das für eine produktive Zusammenarbeit und erfolgreiches Handeln unerlässlich ist. Hierzu werden im Unterricht vielfältige Möglichkeiten geschaffen.

**Kriterien-orientierung** Leistungsbewertung ist an Kriterien gebunden, die sich aus dem Rahmenlehrplan und den Verwaltungsvorschriften ergeben. Sie werden in schulinternen Festlegungen konkretisiert und allen Beteiligten bekannt gemacht.

Aufgabenstellungen orientieren sich an der Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler und den Standards der jeweiligen Doppeljahrgangsstufe.

Die Leistungen können in mündlicher, schriftlicher und praktischer Form erbracht werden. Traditionelle Formen mündlicher und schriftlicher Kontrolle werden um weitere Verfahren ergänzt wie z. B. Portfolio, Lernbegleitheft oder mediengestützte Präsentation.

**Anschlussfähigkeit** Eine auf die Entwicklung von Handlungskompetenz ausgerichtete Lernkultur sichert die Fähigkeit zum weiterführenden und selbstmotivierten Lernen und bereitet damit auf die Anforderungen der gymnasialen Oberstufe und auf den Weg in eine berufliche Ausbildung vor. Sie ermöglicht Schülerinnen und Schülern zunehmend, selbstständig zu handeln und Verantwortung in gesellschaftlichen Gestaltungsprozessen zu übernehmen.

## 2 Beitrag des Mathematikunterrichts zum Kompetenzerwerb

Im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I erwerben die Schülerinnen und Schüler in allen Schulformen eine mathematische Allgemeinbildung. Diese ist Voraussetzung für ein Weiterlernen im späteren beruflichen und privaten Leben. Sie ermöglicht die kritische Auseinandersetzung mit den Entwicklungen in der Gesellschaft und damit die Übernahme gesellschaftlicher Verantwortung.

Die mathematische Allgemeinbildung umfasst drei wesentliche Aspekte der Mathematik:

- Mathematik ist eine in vielen Bereichen anwendbare Wissenschaft. Mit mathematischen Strukturen lassen sich Probleme sowohl aus Wissenschaft und Technik als auch aus dem Alltag erfassen und lösen.
- Mathematik ist eine abstrakte, deduktiv argumentierende Strukturwissenschaft. Die Mathematik erschafft und behandelt Objekte und Ideen eigener Art und entwickelt Methoden, mit diesen umzugehen.
- Mathematik fördert einen Bereich menschlichen Denkens, in dem sich - ob im Alltag oder in der Wissenschaft - die Kreativität und die Problemlösungsfähigkeit des Einzelnen entfalten.

Im Mathematikunterricht erwerben die Schülerinnen und Schüler folgende Fertigkeiten und Fähigkeiten:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Erscheinungen aus Gesellschaft, Natur und Kultur mit Hilfe der Mathematik, verstehen Phänomene und bewerten sie (Mathematik als Anwendung),
- erkennen mathematische Sachverhalte in Form von Sprache, Symbolen, Formeln und bildlichen Darstellungen als geistige Schöpfungen und entwickeln sie weiter (Mathematik als Struktur),
- befassen sich kreativ und selbstbestimmt mit Situationen, in denen sie Probleme mit mathematischen Mitteln lösen (Kreativität im Umgang mit Mathematik).

Mathematische Bildung muss sich daran messen lassen, inwieweit der/die Einzelne in der Lage und bereit ist, diese Bildung für ein verantwortliches Handeln einzusetzen. Zu der in der Sekundarstufe I erworbenen mathematischen Bildung gehört somit die Fähigkeit, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit der Einsicht zur Bearbeitung innermathematischer und kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben. Mathematische Bildung zeigt sich dabei an einer Reihe von Kompetenzen, die sich auf Prozesse mathematischen Denkens und Arbeitens beziehen.

## 2.1 Mathematische Kompetenzen

Mathematische Allgemeinbildung zielt auf die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler, mathematisches Wissen funktional und flexibel einzusetzen. Die Konkretisierung dieser Erwartung geschieht durch die Formulierung von mathematischen Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe I in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erwerben.

Zur Übersicht über die Bereiche des Kompetenzerwerbs soll die folgende Aufstellung dienen:

Fachbezogene mathematische Kompetenzen	
Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche (nach Leitideen)
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Argumentieren</li> <li>- Probleme lösen</li> <li>- Modellieren</li> <li>- Darstellungen verwenden</li> <li>- Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen</li> <li>- Kommunizieren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zahl</li> <li>- Messen</li> <li>- Raum und Form</li> <li>- Funktionaler Zusammenhang</li> <li>- Daten und Zufall</li> </ul>

## 2.2 Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche

Die Aufgabe des Mathematikunterrichts ist es, auf allen Niveaustufen Schülerinnen und Schülern den Erwerb dieser Kompetenzen zu ermöglichen. Diese werden in Anlehnung an die *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss* der Kultusministerkonferenz (KMK) vom 04.12.2003 wie folgt beschrieben:

### • Argumentieren

Mathematisches Argumentieren umfasst das Erkunden von Situationen, das Aufstellen von Vermutungen und das schlüssige Begründen von vermuteten Zusammenhängen. In der Sekundarstufe I kommen beim Argumentieren unterschiedliche Grade der Strenge zum Tragen: vom intuitiven, anschaulichen Begründen bis zum mehrschrittigen Beweisen durch Zurückführen auf gesicherte Aussagen.

### • Probleme lösen

Mathematisches Problemlösen findet statt, sobald in einer Situation nicht unmittelbar ein Lösungsverfahren angewendet werden kann, sondern ein Lösungsweg entwickelt oder ausgewählt werden muss. Problemlösen in der Mathematik zeichnet sich durch die Verwendung spezifischer Strategien aus (z.B. Einzeichnen von Hilfslinien, Auswählen von Hilfsgrößen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) und die Verwendung verschiedener Darstellungsformen (verbal, numerisch, graphisch, symbolisch). Ein wesentlicher Bestandteil des Problemlösens ist die Reflexion von Lösungswegen und von verwendeten Strategien.

- **Modellieren**

Beim mathematischen Modellieren werden Situationen aus der Realität zunächst analysiert und dann mit mathematischen Begriffen beschrieben. Danach wird im jeweiligen mathematischen Modell gearbeitet. Die Bearbeitung einer Realsituation mit solchen mathematischen Beschreibungen führt zu Ergebnissen, die wiederum in der Realsituation interpretiert werden. Die Besonderheit eines reflektierten Modellierens liegt darin, dass die verwendeten bzw. entwickelten mathematischen Modelle in ihrer Gültigkeit überprüft und gegebenenfalls auch revidiert werden müssen.

- **Darstellungen verwenden**

Die Mathematik bietet verschiedene, sich gegenseitig ergänzende Darstellungsformen: verbale Beschreibungen in geschriebenem Text oder gesprochener Sprache, numerische Darstellungen (z. B. in Tabellenform), graphische Darstellungen (z. B. Figuren, die geometrische, stochastische oder logische Zusammenhänge repräsentieren und Graphen, die funktionale Zusammenhänge darstellen), mathematisch-symbolische Darstellungen (vor allem Variablen und Terme). Mathematisches Arbeiten zeichnet sich durch Interpretieren, Auswählen und Anlegen solcher Darstellungen und durch den flexiblen, problemangemessenen Wechsel zwischen ihnen aus.

- **Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

Mathematische Symbole, Verfahren und Werkzeuge dienen zur strukturierten, knappen Darstellung von Zusammenhängen sowie zur Entlastung bei sich wiederholenden Tätigkeiten. Zur Durchführung von Lösungs- und Kontrollverfahren gehört der sichere Umgang mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen sowie der sinnvolle Einsatz von Werkzeugen wie Taschenrechner, Formelsammlung und Software.

- **Kommunizieren**

Die Kommunikation über mathematische Zusammenhänge bzw. mit mathematischen Mitteln umfasst zunächst das verständige Lesen mathematikhaltiger Texte sowie das verstehende Zuhören. Auf der Seite des Sprechens gilt es, mathematische Zusammenhänge sowohl in natürlicher Sprache als auch unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache adressatengerecht zu verbalisieren. Ebenso gehört zum mathematischen Kommunizieren das Dokumentieren und Präsentieren von Überlegungen und Lösungswegen unter Nutzung geeigneter Medien. Die Sprache ist das zentrale Verständigungsmittel beim kooperativen Arbeiten an mathematischen Problemen und bei der Aushandlung mathematischer Begriffe.

Kompetenzen beschreiben keine formalen Fertigkeiten oder abstraktes Wissen, vielmehr sind sie an mathematische Inhalte gebunden und werden in konkreten Anforderungssituationen erworben. Dadurch ergibt sich ein niveaubezogener Kompetenzerwerb.

## 2.3 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche (nach Leitideen)

Den Anforderungssituationen liegen die Fachinhalte der Mathematik zugrunde. Diese gliedern sich nach der Darstellung in den *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss* der Kultusministerkonferenz in folgender Weise:

- **Zahl**

Der Wechsel zwischen den Darstellungsformen von Zahlen (Bruch-, Dezimalbruch-, Zehnerpotenzschreibweise) dient in Anwendungskontexten der situationsangemessenen Beschreibung.

In innermathematischen Zusammenhängen werden auch irrationale Zahlen benutzt. Variablen, Terme und Gleichungen werden zur Beschreibung von Situationen verwendet.

- **Messen**

Maßangaben werden durch handwerkliches Messen an realen Gegenständen oder elementaren geometrischen Objekten ermittelt, sie werden geschätzt oder Texten entnommen. Mit den so gewonnenen Maßangaben werden Flächeninhalte, Umfänge, Volumina, Streckenlängen und Winkelgrößen berechnet, um auf diese Weise Größenvorstellungen zu entwickeln.

- **Raum und Form**

Ebene und räumliche Figuren werden analysiert, klassifiziert und durch Skizzen, Konstruktionen, Netze, Schrägbilder oder Modelle dargestellt. So wächst die Fähigkeit, geometrische Strukturen in der Umwelt zu erkennen. Durch die Darstellung geometrischer Situationen mit Hilfe von Koordinaten werden geometrische Probleme der analytischen Bearbeitung zugänglich. Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Figuren werden beschrieben und Gesetzmäßigkeiten begründet, um sie in Sachzusammenhängen zur Problemlösung zu nutzen.

- **Funktionaler Zusammenhang**

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur mathematischen Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Phänomene der Abhängigkeit und der Veränderung - insbesondere des Wachstums - erfassen und analysieren. Damit sind Funktionen für eine Vielzahl von Realsituationen aus Natur, Wissenschaft und Gesellschaft als Modelle geeignet. Das Arbeiten mit Funktionen ist durch den Wechsel zwischen numerischen, graphischen und symbolischen Darstellungsformen gekennzeichnet.

- **Daten und Zufall**

Umfangreiche erhobene Daten lassen sich durch statistische Darstellungen graphisch und mittels statistischer Kenngrößen numerisch zusammenfassend beschreiben und interpretieren. Durch Verfahren und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung können Zufallserscheinungen verstanden und qualitativ erfasst werden. Auf diese Weise kann man zu fundierten und kontrollierten Urteilen in realen Entscheidungssituationen gelangen.

Der auf den Erwerb von Kompetenzen gerichtete Unterricht muss so gestaltet werden, dass er nicht nur Lernanforderungen stellt, sondern die Schülerinnen und Schüler dazu befähigt, diese auch zu bewältigen. Dazu ist der Aufbau eines flexibel anwendbaren Grundwissens ebenso notwendig wie der Erwerb von fachspezifischen und allgemeinen Methoden und Techniken auf allen Niveaustufen.

Wesentliche Merkmale eines solchen Unterrichts sind die Förderung des selbstständigen und selbstverantwortlichen Lernens, die Trennung von Übungs- und Leistungssituation, die Betonung des kumulativen Lernens und die Förderung kooperativen Lernens. Der Unterricht sollte ein breites Spektrum an Unterrichtsformen aufweisen, das von lehrerzentrierter Instruktion bis zur selbstständigen Erarbeitung von Lerninhalten reicht. Dazu ist ein breites Spektrum von Aufgabenformaten erforderlich. Stets sollte dabei der Alltags- und Lebensweltbezug (Kontextorientierung) im Mittelpunkt stehen.

In einem aktiven Lernprozess werden auch Fehler gemacht. Solche Fehler werden beim Aufbau neuer Erkenntnisse zum Anlass genommen, Zusammenhänge und Strukturen zu reflektieren, um die Ursache der Fehler zu ermitteln. Ein konstruktiver Umgang mit Fehlern fördert die Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler.

Im Mathematikunterricht nutzen die Schülerinnen und Schüler alle relevanten Informationsquellen und Hilfsmittel wie Formelsammlungen, Taschenrechner und Computer. Dabei erfahren sie, wann der Einsatz sinnvoll ist und wo die Grenzen des Medieneinsatzes liegen. Die Verwendung von Tabellenkalkulationsprogrammen (TK) zur numerisch-tabellarischen Darstellung, dynamischer Geometriesoftware (DG) zur graphisch-visuellen Darstellung und von Computeralgebrasystemen (CAS) zur algebraisch-symbolischen Darstellung bietet vielfältige Chancen zum Erreichen von Zielen im Mathematikunterricht. Neue, motivierende Aufgabentypen werden durch die Entlastung von Kalkülen und komplexen Zeichnungen denkbar, besonders auch für leistungsschwache Schülerinnen und Schüler. Realdaten, z. B. in der Statistik, können stärker mit einbezogen werden.

Die Interaktivität dieser Hilfsmittel, z. B. durch die Möglichkeit der unmittelbaren Veränderung durch Eingaben von Parameterwerten, kann funktionales Denken stärken und erkundendes Arbeiten unterstützen. Durch neue Visualisierungsmöglichkeiten können Schülerinnen und Schüler Darstellungsformen selbst auswählen und anpassen und somit Wechselbeziehungen zwischen ihnen erleben. Mit Computern können Schülerinnen und Schüler eine Vielzahl von Beispielen für die Erarbeitung von Begriffen, für Problemlösungen sowie für experimentelle Arbeiten erzeugen. Das selbstständige Wählen geeigneter Medien und Werkzeuge kann das reflektierte Umgehen damit stärken.

Der Einsatz aktueller Medien darf nicht zum Verlust relevanter „händischer“ Fähigkeiten führen, das Verständnis mathematischer Methoden beeinträchtigen oder zum Selbstzweck werden. Die Lehrerinnen und Lehrer haben Chancen und Risiken des Computereinsatzes bei seiner Unterrichtsplanung abzuwägen.

### 3 Standards

Der vorliegende Rahmenlehrplan weist Standards jeweils für das Ende einer Doppeljahrgangsstufe aus und unterteilt diese in drei Niveaustufen, wobei das jeweils höhere Niveau das darunter liegende voraussetzt:

- ↔ einfacher Standard (Hauptschule und Gesamtschule G/A-Kurse)
- ↔ ↔ mittlerer Standard (Realschule und Gesamtschule E-Kurse)
- ↔ ↔ ↔ erweiterter Standard (Gymnasium und Gesamtschule F-Kurse)

Die Standards verdeutlichen pro Doppeljahrgangsstufe, welche Fähigkeiten und Fertigkeiten die Schülerinnen und Schüler in der jeweiligen Schulform erwerben müssen.

Die Kultusministerkonferenz (KMK) hat Standards für den mittleren Schulabschluss und den Hauptschulabschluss formuliert. Der im vorliegenden Rahmenlehrplan formulierte mittlere Standard für die Jahrgangsstufe 10 (↔ + ↔ ↔) entspricht dem durch die KMK formulierten Niveau für den mittleren Schulabschluss. Der einfache Standard für den erweiterten Hauptschulabschluss am Ende von Klassenstufe 10 (↔) geht über das durch die KMK formulierte Niveau für den Hauptschulabschluss am Ende von Jahrgangsstufe 9 hinaus.

#### 3.1 Inhaltsbezogene Standards

In den folgenden Tabellen werden, nach den Leitideen geordnet, die Standards ausgewiesen, die am Ende einer Doppeljahrgangsstufe erreicht sein müssen. Diese Standards bauen auf den in der Grundschule erworbenen Kompetenzen auf, die kontinuierlich ausgebaut und gepflegt werden müssen. Wenn in der Doppeljahrgangsstufe 9/10 zu einer Kompetenz keine Niveausteigerung mehr ausgewiesen wird, so wird dies durch einen Pfeil (→) kenntlich gemacht. Der Pfeil zeigt an, dass die entsprechende Kompetenz weiter wichtig bleibt und nicht vernachlässigt werden darf.

Leitidee Zahl		
	Standards für das Ende der Klasse 8	Standards für das Ende der Klasse 10
	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden natürliche und ganze Zahlen, Brüche, Dezimalzahlen und Zehnerpotenzen mit natürlichen Exponenten zur Darstellung mathematischer Situationen und zur Lösung von Problemen und stellen sie der Situation angemessen dar,</li> <li>- führen einfache Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch,</li> <li>- nutzen Rechengesetze zum vorteilhaftesten Rechnen,</li> <li>- kontrollieren Lösungen durch Überschlag oder Probe und runden Rechenergebnisse der Aufgabenstellung entsprechend sinnvoll,</li> <li>- nutzen situationsangemessen den Taschenrechner,</li> <li>- runden Rechenergebnisse der Aufgabenstellung entsprechend sinnvoll,</li> <li>- rechnen mit Prozenten, auch im Zusammenhang mit Zinsen,</li> <li>- lösen Probleme und bearbeiten Sachsituationen unter Verwendung von Variablen und Gleichungen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden reelle Zahlen und die Zehnerpotenzschreibweise zur Darstellung mathematischer Situationen und zur Lösung von Problemen und stellen Zahlen der Situation angemessen dar,</li> <li>→</li> <li>→</li> <li>→</li> <li>- nutzen situationsangemessen den Taschenrechner, reflektieren die Dezimaldarstellung und interpretieren die Potenzschreibweise,</li> <li>→</li> <li>- rechnen mit Prozenten, auch im Zusammenhang mit Zinseszinsen,</li> <li>→</li> </ul>
→ →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wählen selbstständig Variablen zur Beschreibung von Sachsituationen und zur Lösung von Problemen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erläutern Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen,</li> <li>→</li> </ul>
→ → →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen Gesetze zur Umformung von Gleichungen,</li> <li>- beschreiben Lösungsmengen von Ungleichungen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→</li> <li>→</li> <li>- beschreiben ein Verfahren zur Einschachtelung einer irrationalen Zahl (<math>\sqrt{2}</math> oder <math>\pi</math>),</li> <li>- begründen und nutzen Potenzgesetze.</li> </ul>

Leitidee Messen		
	Standards für das Ende der Klasse 8	Standards für das Ende der Klasse 10
	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wenden das Grundprinzip des Messens an, insbesondere bei der einfachen Längen-, Flächen- und Volumenmessung, auch in Naturwissenschaften und anderen Bereichen,</li> <li>- nutzen die Einheiten für Größen, insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel der Aufgabenstellung entsprechend und wandeln sie gegebenenfalls um,</li> <li>- schätzen Größen mit Hilfe alltagsbezogener Repräsentanten (Schrittweite, Handteller, Milchpackung,...),</li> <li>- ermitteln Flächeninhalt und Umfang von ausgewählten Vierecken und Dreiecken,</li> <li>- ermitteln Volumen und Oberfläche von senkrechten Prismen und Zylindern,</li> <li>- schätzen, messen und zeichnen Winkel und nutzen sie zur Konstruktion von Dreiecken,</li> <li>- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor oder entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial und führen damit Berechnungen durch.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→</li> <li>- wählen Einheiten von Größen, insbesondere bei sehr großen oder sehr kleinen Größenangaben, situationsgerecht aus und wandeln sie gegebenenfalls um,</li> <li>→</li> <li>- ermitteln Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren,</li> <li>- ermitteln Volumen und Oberfläche von Pyramiden, Kegeln und Kugeln,</li> <li>- berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen auch unter Nutzung der trigonometrischen Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck,</li> <li>→</li> </ul>
→ →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ermitteln Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Flächen,</li> <li>- beschreiben und berücksichtigen Messungenauigkeiten.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen,</li> <li>- interpretieren und beschreiben Ergebnisse insbesondere unter Berücksichtigung von Messungenauigkeiten.</li> </ul>
→ → →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ermitteln Flächeninhalte von Vielecken durch Zerlegen und Ergänzen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- bestimmen Volumen und Oberfläche von Körpern an ausgewählten Beispielen durch Näherungsverfahren und beschreiben propädeutisch den Grenzwertbegriff,</li> <li>- beschreiben Winkelgrößen auch mit dem Bogenmaß.</li> </ul>

Leitidee Raum und Form		
	Standards für das Ende der Klasse 8	Standards für das Ende der Klasse 10
	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- zeichnen Winkel, ermitteln Winkelmaße,</li> <li>- beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt,</li> <li>- beschreiben Eigenschaften von Figuren mit Hilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz,</li> <li>- analysieren und klassifizieren Winkel, Dreiecke und Vierecke,</li> <li>- konstruieren Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamischer Geometriesoftware,</li> <li>- wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen und Berechnungen an,</li> <li>- fertigen zu Modellierungsaufgaben sachgerechte Skizzen an,</li> <li>- arbeiten mit geeigneten Maßstäben,</li> <li>- stellen ebene geometrische Figuren im Koordinatensystem dar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→</li> <li>→</li> <li>- beschreiben Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte mit Hilfe von Ähnlichkeit,</li> <li>- analysieren und klassifizieren Körper,</li> <li>→</li> <li>- wenden insbesondere den Satz des Pythagoras bei Konstruktionen und Berechnungen an,</li> <li>→</li> <li>- vergrößern und verkleinern ebene und räumliche Figuren,</li> <li>- stellen ebene geometrische Figuren im Koordinatensystem dar,</li> <li>- beschreiben Körper, die zweidimensional (Perspektiven, Projektionen etc.) dargestellt sind und benennen sie,</li> <li>- skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Körpern, nutzen diese zu Berechnungen und stellen Modelle ausgewählter Körper her.</li> </ul>
→ →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nutzen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen,</li> <li>- wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Begründungen an, insbesondere den Satz des Thales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→</li> <li>- wenden insbesondere den Satz des Pythagoras bei Begründungen an.</li> </ul>
→ → →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- beweisen die grundlegenden Sätze der Geometrie und untersuchen deren Umkehrbarkeit,</li> <li>- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren Begründungen,</li> <li>- ordnen ebene Figuren nach ihren Eigenschaften.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→</li> <li>→</li> <li>- stellen geometrische Figuren und Körper im dreidimensionalen Koordinatensystem dar,</li> <li>→</li> </ul>

Leitidee funktionaler Zusammenhang		
	Standards für das Ende der Klasse 8	Standards für das Ende der Klasse 10
	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben, interpretieren und berechnen proportionale und antiproportionale Zusammenhänge in Alltagssituationen,</li> <li>- verwenden für proportionale bzw. antiproportionale Zusammenhänge unterschiedliche Darstellungsformen,</li> <li>- nutzen die Prozentrechnung,</li>   <li>- lösen lineare Gleichungen und Gleichungssysteme durch systematisches Probieren, rechnerisch und graphisch,</li> <li>- geben zu Graphen linearer bzw. stückweise linearer Funktionen mögliche Sachsituationen an,</li> <li>- beschreiben Sachsituationen durch lineare Gleichungen und Gleichungssysteme.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben und interpretieren funktionale Zusammenhänge und ihre Darstellungen in Alltagssituationen,</li> <li>- verwenden für funktionale Zusammenhänge unterschiedliche Darstellungsformen,</li> <li>- nutzen die Prozentrechnung auch bei Wachstumsprozessen (auch unter Verwendung einer Tabellenkalkulation),</li> <li>→</li> <li>- geben zu vorgegebenen Graphen von Funktionen mögliche Sachsituationen an,</li> <li>→</li> </ul>
→ →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben lineare Zusammenhänge und stellen diese sprachlich, tabellarisch oder graphisch sowie ggf. als Term dar,</li> <li>- beschreiben Veränderungen von Größen mit linearen Funktionen,</li> <li>- wenden lineare Funktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Sachzusammenhängen an,</li> <li>- bestimmen Merkmale linearer Funktionen und stellen Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graphen her,</li>   <li>- untersuchen die Lösbarkeit linearer Gleichungen und Gleichungssysteme.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge,</li> <li>- beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen, auch unter Verwendung einer Tabellenkalkulation,</li> <li>- wenden lineare, quadratische und Exponentialfunktionen bei der Bearbeitung von Sachzusammenhängen an,</li> <li>- bestimmen Merkmale von Potenzfunktionen und stellen Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graphen her,</li>   <li>- verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung periodischer Vorgänge,</li> <li>- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und lösen quadratische Gleichungen.</li> </ul>
→ → →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben lineare Zusammenhänge durch Funktionsgleichungen,</li> <li>- lösen lineare Ungleichungen und nutzen Intervalle zur Beschreibung von Lösungsmengen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt quadratischer Gleichungen,</li> <li>→</li> <li>- wenden lineare, quadratische, Potenz- sowie Exponential- und Logarithmusfunktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an,</li> <li>- untersuchen Funktionen auf ihre Umkehrbarkeit und bilden die Umkehrfunktionen.</li> </ul>

Leitidee Daten und Zufall		
	Standards für das Ende der Klasse 8	Standards für das Ende der Klasse 10
	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus,</li> <li>- erfassen Daten in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel,</li> <li>- berechnen Häufigkeiten und arithmetische Mittelwerte,</li> <li>- beschreiben einfache Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,</li> <li>- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten.</li> </ul>	→ <ul style="list-style-type: none"> <li>- sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel,</li> <li>- berechnen und interpretieren Häufigkeiten, arithmetische Mittelwerte und Spannweiten,</li> <li>- beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,</li> <li>- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten,</li> <li>- analysieren graphische statistische Darstellungen kritisch und erkennen Manipulationen,</li> <li>- interpretieren Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag.</li> </ul>
→ →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- bestimmen Anzahlen durch systematisches Zählen,</li> <li>- interpretieren Daten unter Verwendung des arithmetischen Mittelwertes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden Zählprinzipien zur Bestimmung der Anzahl von Möglichkeiten,</li> <li>- interpretieren Daten unter Verwendung von Streuungsparametern (mittlere lineare Abweichung, Spannweite),</li> <li>- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- und zweistufigen Zufallsexperimenten,</li> <li>- reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren.</li> </ul>
→ → →	<ul style="list-style-type: none"> <li>- planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Balken- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Balken- und Kreisdiagramme, Boxplots),</li> <li>- begründen die Wahl des Mittelwertes (Median, Modal, arithmetisches Mittel),</li> <li>- bestimmen Wahrscheinlichkeiten aufgrund kombinatorischer Überlegungen zum allgemeinen Zählprinzip,</li> <li>- verwenden das Urnenmodell zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten mehrstufiger Zufallsexperimente.</li> </ul>

## 3.2 Prozessbezogene Standards

Die folgenden Standards werden von Schülerinnen und Schülern aller Schulformen und am Ende beider Doppeljahrgangsstufen erwartet.

### Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf,
- begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen,
- entwickeln schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen,
- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.

Unterschiede hinsichtlich des Anforderungsniveaus liegen in

- der Komplexität der Situation,
- dem Umfang der zu verwendenden Fachsprache und Symbolik,
- dem Grad der Abstraktheit,
- der Reflexion der Situations- und Adressatengerechtigkeit.

### Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen,
- geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder und entnehmen ihnen die relevanten Größen,
- vereinfachen Probleme und bilden und untersuchen Beispiele,
- finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Zwischenergebnisse, Variablen),
- verwenden heuristische Strategien,
- reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.

Unterschiede hinsichtlich des Anforderungsniveaus liegen in

- der Offenheit, Komplexität und Allgemeinheit der Probleme,
- der Anzahl der selbst zu findenden Zwischenschritte,
- dem Grad der Selbstständigkeit bei der Problembearbeitung,
- der Komplexität der verwendeten Strategien (vom systematischen Probieren über das Zeichnen einer informativen Figur bis hin zum Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten).

## Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- strukturieren und vereinfachen eine reale Situation, so dass diese mathematisch zugänglich wird und reflektieren die Vereinfachungen,
- beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (z. B. lineare Funktionen als Term oder Graphen),
- Interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung,
- überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls,
- geben zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen an, die es beschreibt.

Unterschiede hinsichtlich des Anforderungsniveaus liegen in

- der Komplexität der Realsituationen,
- der Vielfalt der verwendeten Modelle,
- der Abstraktheit der Darstellung,
- dem Grad der Reflexion über die verwendeten Modelle.

## Darstellungen verwenden

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, graphische und symbolische),
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen,
- erkennen Beziehungen zwischen Darstellungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen.

Unterschiede hinsichtlich des Anforderungsniveau liegen in

- der Flexibilität des Wechsels zwischen Darstellungen,
- dem Umfang verfügbarer Darstellungsformen,
- dem Ausmaß der Verwendung abstrakter Darstellungsformen,
- dem Grad der Reflexion über Qualitäten von Darstellungen.

## **Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen, Terme, Gleichungen zum Strukturieren von Information, zum Modellieren und zum Problemlösen und übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
- führen mathematische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse,
- setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge zur Darstellung und beim Problemlösen ein.

Unterschiede hinsichtlich des Anforderungsniveau liegen in

- dem Abstraktionsgrad der symbolischen Darstellung,
- dem Umfang der verfügbaren Verfahren (z. B. Lösen von Gleichungssystemen, Dreieckskonstruktion),
- dem Umfang der Werkzeuge (Formelsammlungen, Taschenrechner, TK, DGS und CAS).

## **Kommunizieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathemathhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen),
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen,
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie - auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemen.

Unterschiede hinsichtlich des Anforderungsniveaus liegen in

- der Komplexität der Texte,
- dem Umfang der selbstständigen Dokumentation,
- der Dauer und dem Umfang der Präsentationsleistung,
- dem Grad der Selbstständigkeit bei der Kooperation,
- dem Umfang der Verwendung von Fachbegriffen.

## 4 Themen und Inhalte

### 4.1 Übersicht

Die Reihenfolge der Module stellt eine Möglichkeit der unterrichtlichen Umsetzung dar. Die Module P1 7/8 bis P3 7/8 werden im ersten Halbjahr der Jahrgangsstufe 7 (Probahalbjahr) unterrichtet. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass zumindest Teile des Moduls P6 7/8 in Jahrgangsstufe 7 unterrichtet werden. Die Schulen können ein oder mehrere Wahlmodule oder Teile davon zusätzlich zu den Pflichtmodulen wählen. Die Schlüsselsymbole sind wie bei den Standards zu interpretieren.

<b>Doppeljahrgangsstufe 7/8</b>	
	<b>Pflichtbereich</b>
P1-7/8	Daten erheben und verstehen
P2-7/8	Verhältnisse mit Proportionalität erfassen
P3-7/8	Negative Zahlen verstehen und verwenden
P4-7/8	Mit Funktionen Beziehung und Veränderung beschreiben
P5-7/8	Mit Variablen, Termen und Gleichungen Probleme lösen
P6-7/8	Konstruieren und mit ebenen Figuren argumentieren
P7-7/8	Proportionale und antiproportionale Modelle
P8-7/8	Mit dem Zufall rechnen
P9-7/8	Reale Situationen mit linearen Modellen beschreiben
P10-7/8	Ebene Figuren und Körper schätzen, messen und berechnen
	<b>Wahlbereich</b>
W1-7/8	Diskrete Strukturen in der Umwelt
W2-7/8	Körper und Figuren darstellen und berechnen
W3-7/8	Geometrische Abbildungen und Symmetrie
W4-7/8	Geometrisches Begründen und Beweisen

<b>Doppeljahrgangsstufe 9/10</b>	
	<b>Pflichtbereich</b>
P1-9/10	Neue Zahlen entdecken
P2-9/10	Längen und Flächen bestimmen und berechnen
P3-9/10	Aus statistischen Daten Schlüsse ziehen
P4-9/10	Situationen mit quadratischen Funktionen und Potenzfunktionen beschreiben
P5-9/10	Mit Winkeln und Längen rechnen
P6-9/10	Wachstum und Zerfall mit Funktionen beschreiben
P7-9/10	Körper herstellen und berechnen
P8-9/10	Mit Wahrscheinlichkeiten rechnen
P9-9/10	Veränderung mit Funktionen beschreiben (nur im zwölfjährigen Bildungsgang)
	<b>Wahlbereich</b>
W1-9/10	Optimale Wege
W2-9/10	Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck
W3-9/10	Kugeln und Kreise
W4-9/10	Beschränktes und logistisches Wachstum

## 4.2 Doppeljahrgangsstufe 7/8

### 4.2.1 Pflichtbereich

<b>P1 7/8</b>	<b>Daten erheben und verstehen</b> Zentrale Leitideen: Daten und Zufall, Zahl
<p>Schülerinnen und Schüler verstehen Statistiken und gehen kritisch mit ihnen um. Dabei ist es wichtig, selbst Daten zu sammeln, diese zweckmäßig darzustellen und geeignet zu interpretieren. Die Grundbegriffe aus der Grundschule werden aufgegriffen und vertieft.</p>	
<p><b>Kompetenzbezug</b> Die folgenden Kompetenzen zur <i>Verwendung von Darstellungen</i> und zu den Leitideen <i>Daten und Zufall</i> und <i>Zahl</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Planen und Durchführen statistischer Datenerhebungen</li> <li>• Erfassen, Darstellen und Bewerten von Daten</li> <li>• Interpretieren von Daten mittels geeigneter Mittelwerte</li> <li>• Darstellen von Daten durch geeignete positive rationale Zahlen</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stellen selbsterhobene Daten in Urlisten, Strichlisten und Häufigkeitstabellen zusammen und stellen sie mittels Kreis-, Linien- und Balkendiagrammen dar,</li> <li>- bestimmen das Maximum, das Minimum und berechnen das arithmetische Mittel eines Datensatzes,</li> <li>- bestimmen absolute und relative Häufigkeiten,</li> <li>- interpretieren Ergebnisse von Datenerhebungen, vergleichen diese mit ihren Erwartungen und beurteilen sie.</li> </ul> <p>☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- klassifizieren Daten in Messdaten, mit denen Rechnungen durchgeführt werden können, in Daten mit qualitativen Merkmalen und in Daten mit speziellen Rangmerkmalen,</li> <li>- bestimmen den Median einer Häufigkeitsverteilung,</li> <li>- ermitteln und beurteilen in Sachsituationen statistische Ergebnisse und begründen ihre Entscheidungen und Konsequenzen.</li> </ul> <p>☞ ☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- planen statistische Erhebungen und erfassen die Daten,</li> <li>- stellen Daten dar (Balken- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch.</li> </ul>	

P1 7/8	Daten erheben und verstehen Zentrale Leitideen: Daten und Zufall, Zahl
<b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b>	
<p>Im Statistikuterricht werden bereits erhobene und dargestellte Daten aus Politik, Wirtschaft, Medizin usw. aus Zeitungen, Zeitschriften, dem Internet und anderen Medien verwendet. Diese eignen sich als Untersuchungsmaterial, das von Schülerinnen und Schülern recherchiert oder vom Unterrichtenden zur Verfügung gestellt wird. Für statistische Erhebungen legen Schülerinnen und Schüler klare Kriterien fest, entwerfen Fragebögen, erheben Daten, stellen sie geeignet dar und interpretieren die Ergebnisse. Unterricht zur darstellenden Statistik ist handlungsorientiert und im hohen Grad von Selbstständigkeit geprägt. Es werden geeignete Mittelwerte entwickelt und als charakteristische Datenbeschreibung interpretiert und beurteilt. Zur Erhebung und Darstellung von Daten sind die Nutzung von Tabellenkalkulationsprogrammen oder Statistikprogrammen nützlich.</p>	
<b>Sachbezüge</b>	
Statistiken aus Politik, Wirtschaft, Medizin, Biologie und Physik	
<b>Mögliche Vernetzungen</b>	
Ma: P4 7/8, P8 7/8, P2 7/8, P3 9/10, P8 9/10	
Bi: Lebensräume und ihre Bewohner (P2 7/8); Sexualität und sexuelle Orientierung (P8 7/8)	
Ch: Luft leicht und schwer belastet (P2 7/8)	
Geo: Leben in Trockenräumen	
In: Nutzung von Standardsoftware (Modul 2)	
Ph: Körper bewegen (P6 7/8)	

**P2 7/8 Verhältnisse mit Proportionalität erfassen**

Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Zahl

Mit der Proportionalität lassen sich lineare Verhältnisse beschreiben und berechnen. Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr Verständnis für proportionale Verhältnisse durch tabellarische und graphische Darstellungen. Sie nutzen Verhältnisgleichungen und Tabellen zur Berechnung von Proportionen und prozentualen Anteilen.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und zu den Leitideen *Funktionaler Zusammenhang* und *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Durchführen einfacher Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf
- Rechnen mit Prozenten, auch im Zusammenhang mit Zinsen
- Beschreiben und Berechnen von proportionalen Zusammenhängen in Sachsituationen
- Angeben verschiedener Realsituationen zu einem mathematischen Modell

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- beschreiben proportionale Zuordnungen sprachlich, mit Hilfe von Diagrammen und Tabellen,
- beschreiben die Eigenschaften proportionaler Zuordnungen an Beispielen,
- beschreiben den Maßstab und Vergrößerungen/Verkleinerungen als proportionale Verhältnisse,
- lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit proportionalen Zusammenhängen,
- stellen proportionale Zuordnungen im Koordinatensystem dar und wählen dazu geeignete Maßstäbe und Einheiten aus,
- schätzen und überschlagen Größen bei proportionalen Zuordnungen,
- berechnen Größen bei proportionalen Zuordnungen im Kopf, schriftlich und mit dem Taschenrechner,
- visualisieren Anteile und Prozentangaben in unterschiedlichen Darstellungsformen auch durch Skizzen,
- nutzen zur Prozent- und Zinsrechnung proportionale Zuordnungen,
- berechnen Prozentsatz, Prozentwert und den Grundwert auch mit dem Dreisatz.

☞ ☞

- stellen die Quotientengleichheit bei proportionalen Zuordnungen durch Verhältnisgleichungen dar,
- vergleichen die Lösungsverfahren Dreisatz, Verhältnisgleichung und Tabelle,
- wählen zur Berechnung von Größen bei proportionalen Zuordnungen Verfahren bzw. Darstellungen begründet aus (Tabelle, Dreisatz, Diagramm etc.),
- lösen Probleme mit erhöhtem und vermindertem Grundwert.

☞ ☞ ☞

- lösen Sachaufgaben durch mehrfache Anwendung der proportionalen Zuordnungen.

P2 7/8	Verhältnisse mit Proportionalität erfassen Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Zahl
<b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b>	
Das Vorwissen aus der Grundschule über Verhältnisse wird durch die Möglichkeiten der tabellarischen und graphischen Darstellungen vertieft. Schülerinnen und Schüler bestimmen in verschiedenen Sachkontexten Werte auch durch graphische Darstellungen. Das Vergleichen von Anteilen als zentrale Idee der Prozentrechnung wird über die proportionale Zuordnung eingeführt. Für die Berechnung des Prozentwertes, des Grundwertes und auch des Prozentsatzes wird sowohl anschaulich mit Diagrammen gearbeitet als auch in der Tabelle. Dabei wird der Dreisatz als eine Möglichkeit zur Berechnung proportionaler Verhältnisse erarbeitet. Schülerinnen und Schüler wählen ihren Lösungsweg bewusst aus und begründen ihn.	
<b>Sachbezüge</b>	
Preisberechnung, Rabatt, Umrechnen von Maßstäben, statistische Angaben	
<b>Mögliche Vernetzungen</b>	
Ma: P7 7/8, P4 7/8, P2 9/10	
Ph: Vom inneren Aufbau der Materie (P2 7/8); Sehen und gesehen werden (P4 7/8); Vom Tragen zur goldenen Regel der Mechanik (P5 7/8)	

**P3 7/8 Negative Zahlen verstehen und verwenden**

Zentrale Leitidee: Zahl

Mit der zweiten Zahlbereichserweiterung steht der Zahlraum der rationalen Zahlen vollständig zur Verfügung. Die Schülerinnen und Schüler erschließen sich damit einen Zahlbereich, in dem sie vielfältige Probleme ihrer Lebensumwelt ohne Einschränkungen lösen können. Vorstellungen von negativen Zahlen werden mit Hilfe unterschiedlicher Modelle gebildet. Einfache Gleichungen und Terme bieten Rechenanlässe, in denen das Verständnis für die Rechengesetze vertieft wird und der Umgang mit Variablen geübt wird.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und zur Leitidee *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Verwenden von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und zur Lösung von Problemen
- Durchführen einfacher Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf und Nutzen der Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen
- Erläutern der Verwendungsweisen von negativen Zahlen an Beispielen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

→

- reflektieren Erfahrungen mit negativen Zahlen aus ihrer Lebenswelt und präsentieren diese,
- nennen außermathematische Gründe und Beispiele für die Zahlbereichserweiterung,
- beschreiben negative Bruchzahlen,
- begründen ihre Rechenstrategie im Umgang mit negativen Zahlen,
- stellen negative und positive Zahlen an der Zahlengerade dar,
- bestimmen den Abstand zweier beliebiger Zahlen und können dies an mindestens einem Modell veranschaulichen,
- beschreiben Sachkontexte mit negativen Zahlen,
- unterscheiden Vorzeichen und Rechenzeichen,
- setzen für Variablen auch negative Zahlen ein und bestimmen den Wert von Termen,
- rechnen mit rationalen Zahlen im Kopf, halbschriftlich und mit dem Taschenrechner.

→ →

- nutzen die Begriffe Gegenzahl und Betrag und die Symbole für natürliche Zahlen, ganze Zahlen und rationale Zahlen,
- begründen die Vorzeichenregeln für die Multiplikation negativer Zahlen,
- verwenden die Rechengesetze auch im Umgang mit negativen Zahlen vorteilhaft.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

An Modellen wie z. B. Guthaben und Schulden, geologische Höhen und Tiefen oder Temperaturen werden Vorstellungen über negative Zahlen ausgebildet. Die Schülerinnen und Schüler erweitern und begründen die Rechengesetze für die negativen Zahlen in vielfältigen Übungen. Dabei ist die Zahlengerade ein wichtiges Hilfsmittel. Die Lernenden vertiefen ihre Strategien des überschlagenden und abschätzenden Rechnens.

**Sachbezüge**

Guthaben und Schulden, Temperaturskala, geologische Höhen

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P5 7/8, P9 7/8, P1 9/10

**P4 7/8 Mit Funktionen Beziehungen und Veränderungen beschreiben**

Zentrale Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

Durch die graphischen Darstellungen von Funktionen im Koordinatensystem werden Veränderungen und Abhängigkeiten bzw. Beziehungen zwischen zwei Größen beschrieben. Schülerinnen und Schüler entwickeln Verfahren, Abhängigkeiten zu erfassen und mit Hilfe von Graphen darzustellen. Dabei entwickeln sie Vorstellungen von funktionalen Zusammenhängen und lernen, Veränderungen im Koordinatensystem darzustellen, abzulesen und zu interpretieren.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und zur Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Verwenden von verschiedenen Darstellungsformen für die Beschreibung von Funktionen und Wechsel zwischen ihnen
- Beschreiben der Abhängigkeiten von Größen mit Hilfe von Graphen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- geben zu vorhandenen Graphen von Funktionen Sachsituationen an,
- stellen Sachkontexte funktionaler Zusammenhänge mit Hilfe von Tabellen und Graphen dar,
- ermitteln Daten aus Sachsituationen, erfassen sie mit Hilfe von Tabellen, stellen sie im Koordinatensystem dar und beschreiben den funktionalen Zusammenhang,
- stellen tabellarisch gegebene Funktionen im Koordinatensystem dar,
- lesen aus Graphen Wertepaare ab,
- erfassen und beschreiben Funktionen sowohl sprachlich als auch in Skizzen, Tabellen und Graphen.

☞ ☞

- ordnen die Größen gegebener Funktionen den Achsen des Koordinatensystems begründet zu,
- begründen ihre Entscheidung für eine graphische Darstellung von Funktionen,
- beschreiben Funktionen als eindeutige Zuordnungen,
- entscheiden, ob die Koordinatenpunkte von Graphen verbunden werden können.

☞ ☞ ☞

- erfassen und beschreiben Funktionen durch Terme.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Schülerinnen und Schüler beobachten und beschreiben in unterschiedlichen Versuchen Veränderungen. Dabei erkennen sie funktionale Zusammenhänge und stellen sie in Skizzen, Tabellen und Graphen dar. Auf diese Weise lernen die Lernenden die Aussagekraft von Graphen kennen, interpretieren sie und erfahren, dass Funktionsgraphen im Gegensatz zu Säulen- oder Kreisdiagrammen Veränderungen beschreiben. Schwierigkeiten in der Wahl der Achsen und ihrer Einteilungen werden im Lernprozess gelöst. Unterschiedliche Funktionen werden behandelt und mit Hilfe von Wertetabellen im Koordinatensystem dargestellt. Auf das Aufstellen von Funktionsgleichungen und deren formale Bearbeitung wird jedoch weitgehend verzichtet.

**Sachbezüge**

Füllkurven, Messreihen, Weg-Zeitdiagramme (z. B. Schulweggeschichten, Autorennen)

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P9 7/8, P2 7/8, P7 7/8, P3 9/10, P4 9/10, P6 9/10, P9 9/10

Ph: Körper bewegen (P6 7/8)

**P5 7/8 Mit Variablen, Termen und Gleichungen Probleme lösen**

Zentrale Leitidee: Zahl

Beim Lösen von innermathematischen und außermathematischen Problemen entstehen immer wieder Situationen, in denen eine gesuchte Größe nicht direkt ermittelt werden kann. Schülerinnen und Schüler erarbeiten Verfahren, wie sie mit Hilfe von Variablen und Gleichungen solche Probleme darstellen können. Sie lösen Gleichungen durch „Probieren und Korrigieren“ und verwenden für lineare Gleichungen systematische Umformungen.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Problemlösen* und zur Leitidee *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Begründen von Gesetzen zur Umformung von Gleichungen
- Selbstständiges Wählen von Variablen zur Beschreibung von Sachsituationen und zur Lösung von Problemen
- Lösen von Problemen und Bearbeiten von Sachsituationen unter Verwendung von Variablen und Gleichungen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- beschreiben Sachsituationen, geometrische Situationen und arithmetische Zusammenhänge durch Terme,
- verwenden Variablen als Repräsentanten für gesuchte Größen und Anzahlen,
- wechseln situationsangemessen zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen von Zahlen (Bruchdarstellung, Dezimaldarstellung, Zehnerpotenzen mit natürlichen Exponenten),
- überprüfen Ergebnisse durch Einsetzen,
- lösen Gleichungen - auch nichtlineare - durch „Ausprobieren und Korrigieren“,
- begründen Gleichungsumformungen mit einem Modell (z. B. Waagemodell),
- wenden Rechengesetze auf Terme an, indem sie Terme ordnen und ausmultiplizieren.

☞ ☞

- geben zu gegebenen Termen Sachzusammenhänge an,
- lösen Gleichungen - auch nichtlineare - durch systematisches Probieren (z. B. Anlegen einer Tabelle),
- veranschaulichen Rechengesetze (Distributivgesetz, Binomische Formeln) durch Flächen,
- wenden Rechengesetze auf Terme an, indem sie Terme faktorisieren und gegebenenfalls kürzen,
- deuten Binomische Terme als Spezialfälle der allgemeinen Terme der Form  $(a+b)(c+d)$  und begründen die Binomischen Formeln,
- beschreiben und verwenden ein allgemeines Verfahren zur Lösung linearer Gleichungen,
- lösen lineare Gleichungen durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen von Termen,
- begründen Formelumstellungen mit einem Verfahren zur Lösung linearer Gleichungen.

☞ ☞ ☞

- lösen lineare Gleichungen bezüglich einer Grundmenge und geben die Lösungsmenge an,
- deuten in Sachsituationen das Gleichsetzen linearer Terme als Bestimmung eines Schnittpunktes von Graphen linearer Funktionen,
- deuten in Sachsituationen das Gleichsetzen eines linearen Terms und eines Bruchterms als Bestimmung eines Schnittpunktes einer linearen Funktion und einer Hyperbelfunktion.

P5 7/8	Mit Variablen, Termen und Gleichungen Probleme lösen Zentrale Leitidee: Zahl
<b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b> Schülerinnen und Schüler sollen in diesem Modul Variablen als nützliche Werkzeuge zur Lösung mathematischer Probleme erleben. Diese Probleme sollten aus einer großen Breite außer- als auch aus innermathematischen Situationen stammen (z. B. Zahlenmauern). Sie bauen auf einem Verständnis von Variablen als Platzhalter in geometrischen Formeln auf (Winkelsummen, Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck, Trapez, Parallelogramm) und lösen damit geometrische Probleme. Der Zugang zu einem symbolischen Umgang mit Termen durch Umformen geschieht durch anschauliche Modelle. Als Lösungsverfahren sind jedoch ebenso unsystematische und probierende Zugänge zuzulassen.	
<b>Sachbezüge</b> Geldsummen, Waren, Mengen, geometrische Figuren (Länge einer Paketschnur usw.)	
<b>Mögliche Vernetzungen</b> Ma: P9 7/8, P10 7/8, P2 7/8, P2 9/10, P4 9/10	

**P6 7/8 Konstruieren und mit ebenen Figuren argumentieren**  
 Zentrale Leitidee: Raum und Form

Durch das Skizzieren und Konstruieren von Dreiecken, Vierecken und Vielecken vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihre Vorstellungen von ebenen Figuren. Sie entdecken Eigenschaften und Beziehungen und lernen sie zu begründen. Aufgrund der Kenntnis von Klassifizierungsmerkmalen erfassen die Schülerinnen und Schüler geometrische Figuren in der Umwelt und beschreiben sie eindeutig. Sie erschließen sich somit verbale Orientierungsmöglichkeiten in ihrem Umfeld.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Argumentieren* und zur Leitidee *Raum und Form* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Erkennen und Beschreiben geometrischer Strukturen
- Analysieren und Klassifizieren geometrischer Objekte
- Beschreiben und Begründen von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte
- Zeichnen und Konstruieren geometrischer Figuren
- Untersuchen von Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- beschreiben ebene Figuren - auch aus ihrem Umfeld - mit den Begriffen Punkt, Gerade, Strecke, Winkel, parallel, orthogonal („senkrecht zu“), achsensymmetrisch,
- klassifizieren Dreiecke nach dem Kriterium der Achsensymmetrie (gleichschenkelig, gleichseitig) und nach Winkelgröße (spitz-, stumpf-, rechtwinklig),
- beschreiben die Kongruenz als Deckungsgleichheit,
- begründen die Eindeutigkeit (Kongruenz) von Dreiecken mit der Angabe von drei Seiten,
- bestimmen Winkel mit Hilfe der Sätze über Scheitel-, Neben- und Stufenwinkel und der Winkelsumme im Dreieck,
- charakterisieren Vierecke,
- skizzieren Figuren als Vorbereitung für eine Konstruktion oder eine Problemlösung,
- konstruieren Dreiecke und zeichnen parallele und orthogonale Geraden und Mittelsenkrechten mit Zirkel, Lineal und Geodreieck,
- konstruieren besondere Linien im spitzwinkligen Dreieck (Höhe, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Mittelsenkrechte),
- erkunden geometrischen Zusammenhänge z. B. durch den Einsatz dynamischer Geometriesoftware.

☞ ☞

- begründen die Eindeutigkeit (Kongruenz) von Dreiecken mit der Angabe von zwei Seiten und dem eingeschlossenem Winkel oder mit der Angabe von einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln,
- beweisen den Satz des Thales,
- verwenden den Satz des Thales zur Begründung von Rechtwinkligkeit,
- beweisen den Satz über die Winkelsumme im Dreieck,
- begründen die Winkelsumme im Viereck durch Zerlegen in Dreiecke,
- konstruieren besondere Linien auch im stumpfwinkligen Dreieck,
- konstruieren und systematisieren Vierecke.

☞ ☞ ☞

- geben Beispiele für eindeutige und nichteindeutige Konstruktionen von Dreiecken,
- argumentieren bei der Begründung von Eigenschaften von Vierecken mit Symmetrie, den Winkelsätzen oder der Kongruenz.

P6 7/8    Konstruieren und mit ebenen Figuren argumentieren  
Zentrale Leitidee: Raum und Form

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Das Entdecken und Erkunden von Eigenschaften ebener Figuren wird bei komplexeren geometrischen Zusammenhängen durch den Einsatz von dynamischer Geometriesoftware gefördert. Dazu gehören u. a. die besonderen Linien im Dreieck und die Symmetrieeigenschaften von Vierecken. Zudem regt besonders das Konstruieren und Erkunden mit dynamischer Geometriesoftware dazu an, Vermutungen, Beschreibungen, Klassifizierungen und Begründungen zu kommunizieren und mit den Mitschülerinnen und Mitschülern auszutauschen. Zur Erläuterung und Dokumentation von Planungen, Arbeitsschritten und Lösungswegen werden Skizzen erstellt.

Um die geometrischen Zusammenhänge zu begründen, greifen die Schülerinnen und Schüler in ihren Argumenten auf Bekanntes (Definitionen und bereits begründete Aussagen) zurück.

**Sachbezüge**

Ebene Figuren in der Lebenswelt, z. B. Verkehrsschilder, Gestaltungselemente in der Architektur, Muster, Parkettierungen, Billard-, Boule-Spiel

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P10 7/8, P2 9/10, P5 9/10, P7 9/10

<b>P7 7/8 Proportionale und antiproportionale Modelle</b> Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Zahl	
Besonderheiten proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen werden durch die Abgrenzung gegen weitere Zuordnungsmöglichkeiten herausgestellt. Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr vorhandenes Verständnis über proportionale Verhältnisse durch die Betrachtung antiproportionaler Zuordnungen und den Vergleich beider Zuordnungen miteinander.	
<b>Kompetenzbezug</b> Die folgenden Kompetenzen zum <i>Modellieren</i> und zu den Leitideen <i>funktionaler Zusammenhang</i> und <i>Zahl</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Unterscheiden zwischen proportionalen und antiproportionalen Zusammenhängen in Sachsituationen</li> <li>• Angeben verschiedener Realsituationen zu einem mathematischen Modell</li> <li>• Interpretieren und Validieren von Ergebnissen einer Modellierung</li> </ul> Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler	
⚡→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretieren Diagramme, indem sie Wertepaare ablesen und Aussagen über die zugrunde liegenden Zuordnungen machen,</li> <li>- beschreiben proportionale und antiproportionale Zuordnungen sowohl sprachlich als auch mit Hilfe von Diagrammen und Tabellen,</li> <li>- unterscheiden proportionale und antiproportionale Zusammenhänge in Sachzusammenhängen und lösen Probleme,</li> <li>- wählen zur Berechnung proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen geeignete Verfahren begründet aus (Tabelle, Dreisatz, Diagramm etc.),</li> <li>- führen einfache Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch,</li> <li>- prüfen Ergebnisse in Sachsituationen durch Schätzungen bzw. Überschlag.</li> </ul>
⚡→ ⚡→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- vergleichen die Aussagekraft tabellarischer und graphischer Darstellungen für proportionale und antiproportionale Zusammenhänge,</li> <li>- beschreiben die Eigenschaften von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen auch unter Verwendung der Quotienten- und Produktgleichheit,</li> <li>- wählen zur Darstellung proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen im Koordinatensystem geeignete Einheiten aus.</li> </ul>
⚡→ ⚡→ ⚡→	<ul style="list-style-type: none"> <li>- stellen Zuordnungsvorschriften mit Hilfe von Termen dar,</li> <li>- nutzen Verhältnisgleichungen zur Lösung von Problemen,</li> <li>- lösen Sachaufgaben durch mehrfache Anwendung proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen.</li> </ul>
<b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b> Schülerinnen und Schüler entwickeln durch die sprachliche Beschreibung von Sachverhalten, die Darstellung im Koordinatensystem und die kritische Reflexion von Ergebnissen ein umfassendes Verständnis für die Eigenschaften proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen. Auch innermathematische Beziehungen und einfache Optimierungen wie zum Beispiel größter Flächeninhalt bei konstantem Umfang sind Beispiele antiproportionaler Zuordnungen. Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr Wissen, indem sie eigene Beispielaufgaben zu den unterschiedlichen Zuordnungen finden oder entwickeln, an denen sie sich die wichtigen Eigenschaften (diskrete und kontinuierliche Beispiele) verdeutlichen.	
<b>Sachbezüge</b> Maßstab, Vergrößerungen/Verkleinerungen, Ähnlichkeit, Prozent- und Zinsrechnung	
<b>Mögliche Vernetzungen</b> Ma: P4 7/8, P9 7/8, P2 7/8, P4 9/10, P6 9/10 Ph: Vom Tragen zur goldenen Regel der Mechanik (P5 7/8)	

**P8 7/8 Mit dem Zufall rechnen**

Zentrale Leitideen: Daten und Zufall, Zahl

Das intuitive Vorwissen und die in der Grundschule erworbenen Kenntnisse der Schülerinnen und Schüler über den Zufall werden aufgegriffen und systematisiert. Zentral ist die Beschreibung von Zufallsexperimenten, für die es sinnvoll ist, die Gleichwahrscheinlichkeit der Ergebnisse anzunehmen.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Argumentieren* und *Kommunizieren* und zu den Leitideen *Daten und Zufall* und *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Beschreiben einfacher Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen
- Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten
- Bestimmen von Anzahlen durch systematisches Zählen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

→

- verwenden die Begriffe: Ergebnis, Ereignis und Ergebnismenge zur Beschreibung von Zufallsexperimenten,
- beschreiben die wiederholte Durchführung einfacher Zufallsexperimente mit absoluter und relativer Häufigkeit,
- schätzen Wahrscheinlichkeiten durch Bestimmen relativer Häufigkeiten,
- beschreiben einfache Zufallsexperimente durch die Angabe einer angemessenen Ergebnismenge,
- berechnen Laplace-Wahrscheinlichkeiten durch Abzählen der für das Ereignis günstigen Fälle und der insgesamt möglichen Fälle,
- begründen die Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit von Ergebnissen aufgrund von Symmetrien,
- nutzen geeignete Modelle (z. B. Abzählbäume) zum Abzählen.

→ →

- beschreiben Zufallsexperimente durch die Angabe einer der Problemstellung angemessenen Ergebnismenge,
- begründen das verwendete Abzählverfahren,
- berechnen Laplace-Wahrscheinlichkeiten durch geschicktes Abzählen auf Grundlage des allgemeinen Zählprinzips.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Intuitive Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler werden aufgegriffen und anhand von authentischen Situationen systematisiert. Selbstständig und handlungsorientiert erarbeiten die Lernenden bei der Durchführung ihnen bekannter Glücksspiele und anderer interessanter stochastischer Situationen die Grundlagen des Laplace-Modells. Dabei ist es wichtig, dass die unterschiedlichen Verfahren zur Gewinnung von Schätzwerten von Wahrscheinlichkeiten, nämlich der Gewinnung von Wahrscheinlichkeiten aufgrund geeigneter Symmetrieannahmen und aufgrund der wiederholten Durchführung von Zufallsexperimenten (z. B. bei unsymmetrischen Spielgeräten) differenziert betrachtet werden. Das allgemeine Zählprinzip wird induktiv anhand verschiedener einfacher kombinatorischer Fragestellungen behandelt. Im Stochastikunterricht werden insbesondere die sprachliche Kompetenz und die Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler gefördert.

**Sachbezüge**

Würfel- und Münzwurf, Glücksräder, Wurfscheibe, Roulette, Spielkarten

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P1 7/8, P4 7/8, P2 7/8, P3 9/10, P8 9/10

**P9 7/8 Reale Situationen mit linearen Modellen beschreiben**

Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Zahl

Die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler, die Alltagswelt zu beschreiben und funktionale Zusammenhänge zu erkennen, wird durch die Betrachtung linearisierbarer Prozesse erweitert.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und zu den Leitideen *Funktionaler Zusammenhang* und *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Beschreiben linearer Zusammenhänge durch Sprache, Graphen, Tabellen und Terme
- Anwenden linearer Funktionen bei der Bearbeitung von Sachzusammenhängen
- Interpretieren der Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme
- Beschreiben von Sachsituationen und Lösung von Problemen durch Variablen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- lesen Parameter (Steigung, Ordinatenabschnitt) aus gegebenen Geraden ab,
- beschreiben einfache Sachzusammenhänge durch lineare Gleichungssysteme ((2,2)-Systeme) und interpretieren diese graphisch,
- zeichnen Geraden, die durch eine Wertetabelle oder zwei Punkte gegeben sind,
- wandeln verschiedene Darstellungsformen (sprachlich, tabellarisch, graphisch) linearer Funktionen ineinander um,
- formen eine lineare Gleichung der Form  $ax + by = c$  nach einer Variablen um,
- nutzen lineare Funktionen und zeichnen Geraden zur Bearbeitung von Sachproblemen,
- lösen lineare Gleichungssysteme ((2,2)-Systeme) inhaltlich, durch systematisches Probieren und graphisch,
- lösen lineare Gleichungssysteme ((2,2)-Systeme) durch Anwendung eines rechnerischen Verfahrens,
- stellen Sachkontexte durch lineare Gleichungssysteme dar und lösen sie.

☞ ☞

- lesen Parameter (Steigung, Ordinatenabschnitt) aus gegebenen Geraden ab, auch wenn ein außermathematischer Kontext dargestellt ist,
- modellieren Sachkontexte („lineare Zusammenhänge“) durch eine lineare Funktion,
- geben zu vorgegebenen Graphen linearer Funktionen Sachkontexte an, die mit diesen Funktionen beschrieben werden können,
- zeichnen Geraden, die durch eine Funktionsgleichung gegeben sind auch mittels Ordinatenabschnitt und Steigungsdreieck,
- untersuchen Fragen der Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen ((2,2)-Systemen),
- modellieren Sachkontexte durch lineare Gleichungssysteme ((2,2)-Systeme), interpretieren die Lösungsmenge und beschreiben die Grenzen des Modells.

☞ ☞ ☞

- beschreiben Sachzusammenhänge durch stückweise lineare Funktionen,
- berechnen die Funktionsgleichung einer linearen Funktion aus zwei gegebenen Punkten,
- lösen lineare Gleichungssysteme ((2,2)-Systeme) mit einem selbst ausgewählten Verfahren.

P9 7/8	Reale Situationen mit linearen Modellen beschreiben Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Zahl
<b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b> Viele in der Umwelt vorkommende funktionale Prozesse sind linearisierbar, d. h. in einem einfachen mathematischen Modell durch lineare Funktionen beschreibbar. Dabei können kontinuierliche, aber auch diskrete Probleme auftreten. Situationen werden durch lineare Funktionen oder lineare Gleichungssysteme beschrieben. Schülerinnen und Schüler nutzen neben den Graphen auch andere Darstellungsformen, wie Tabellen oder sprachliche Beschreibungen und wechseln zwischen ihnen. Proportionale Zusammenhänge werden als Spezialfälle linearer Funktionen betrachtet. Die inhaltliche Betrachtung des Gleichungslösens und des Lösens linearer Gleichungssysteme hat Vorrang vor der Anwendung von unreflektierten Kalkülen.	
<b>Sachbezüge</b> Weg-Zeit-Diagramme, Preisvergleiche, graphische Fahrpläne, Höhenprofil, Füllhöhen	
<b>Mögliche Vernetzungen</b> Ma: P5 7/8, P4 7/8, P10 7/8, P2 7/8, P6 9/10 Ph: Weg-Zeit-Gesetz (P6 7/8)	

**P10 7/8 Ebene Figuren und Körper schätzen, messen und berechnen**

Zentrale Leitideen: Messen, Raum und Form

Die Flächeninhalte ebener Figuren und die Rauminhalte von Körpern - insbesondere aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler - werden auf verschiedene Weise mit unterschiedlicher Genauigkeit gemessen und geschätzt. Die Lernenden erfinden und entwickeln Verfahren (z. B. Zerlegen, Auslegen, Abzählen, Füllen, Berechnungsformeln) zur Flächen- und Raummessung und wenden sie an. Dabei entwickeln sie ihre Vorstellungen von Flächen- und Rauminhalten weiter.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Problemlösen* und zu den Leitideen *Raum und Form* und *Messen* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Bestimmen des Flächen- und Rauminhaltes von geometrischen Objekten, insbesondere in der Umwelt
- Durchführen von Messungen und Beschreiben von Messungenauigkeiten
- Ermitteln von Flächeninhalte von Vielecken durch Zerlegen und Ergänzen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- begründen Flächeninhaltsformeln (Dreieck, Parallelogramm, Trapez),
- ermitteln den Kreisumfang und den Flächeninhalt des Kreises durch Abmessen bzw. Auszählen,
- entwerfen Netze von Prismen, Zylindern, Pyramiden und Kegeln,
- stellen Modelle von Prismen und Zylindern her,
- ermitteln einen Näherungswert für  $\pi$  durch Messungen von Kreisumfängen und Kreisdurchmessern,
- begründen die Formeln für das Volumen von geraden Prismen und geraden Kreiszyklindern,
- schätzen Flächen- und Rauminhalte durch Vergleichen mit geeigneten Repräsentanten,
- wenden die Formeln zur Berechnung des Umfangs und des Flächeninhalts von Dreiecken, Trapezen, Drachenvierecken und Kreisen an,
- wenden die Formeln zur Berechnung des Volumens von Prisma und Zylinder an,
- wählen Maßeinheiten der Messung entsprechend aus und runden Messergebnisse,
- ermitteln Flächeninhalte von ebenen Figuren in ihrem Umfeld auch durch Flächenzerlegung,
- ermitteln Oberflächeninhalte von Quadern und geraden Kreiszyklindern in ihrem Umfeld.

☞ ☞

- beschreiben Messfehler,
- ermitteln Oberflächeninhalte von regelmäßigen dreiseitigen Prismen in ihrem Umfeld,
- ermitteln Oberflächen- und Rauminhalte von zusammengesetzten Körpern.

☞ ☞ ☞

- ermitteln Flächeninhalte von Vielecken durch Zerlegen und Ergänzen.

P10 7/8 Ebene Figuren und Körper schätzen, messen und berechnen  
Zentrale Leitideen: Messen, Raum und Form

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Ein Schwerpunkt des Moduls zur Flächen- und Körperberechnung liegt auf der Entwicklung von Größenvorstellungen. Die Schülerinnen und Schüler gewinnen ein Gefühl für Flächengrößen, wenn sie Messungen durchführen und Flächeninhalte sehr unterschiedlicher Größe ( $\text{mm}^2$  bis  $\text{km}^2$ ) berechnen. Anhand so gewonnener Vergleichsgrößen können sie Flächeninhalte schätzen.

Ausgehend von rechteckigen Flächen leiten sie weitere Flächeninhaltformeln her. Die Kreiszahl  $\pi \approx 3,14$  finden sie z. B. durch Messungen von Kreisdurchmesser und zugehörigem Umfang. Rauminhalte ermitteln die Schülerinnen und Schüler durch Füllen und Aufbauen aus Schichten.

Bei der Bearbeitung von komplexen Aufgaben, in denen z. B. der Flächeninhalt von zusammengesetzten Flächen aus der Realität ermittelt werden soll, können die Schülerinnen und Schüler Hilfsmittel, z. B. eine Formelübersicht benutzen.

**Sachbezüge**

Ebene Figuren in der Lebenswelt, Grundstücksberechnungen, Verpackungen, Werkstücke

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P6 7/8, P5 7/8, P2 9/10, P1 9/10, P7 9/10

## 4.2.2 Wahlbereich

<p><b>W1 7/8 Diskrete Strukturen in der Umwelt</b> Zentrale Leitidee: Raum und Form</p>
<p>Diskrete Strukturen umgeben uns im Alltag. Beispiele dafür sind Liniennetzpläne der öffentlichen Verkehrsmittel, Straßenkarten, Freundschaftsdiagramme oder Telefonnetzwerke. Die Schülerinnen und Schüler erkennen solche Strukturen in ihrer Umwelt und modellieren diese mit Hilfe von Graphen. Zu einer realen Anwendungssituation wie z. B. der Planung eines Telefonnetzes entwickeln sie Algorithmen und gewinnen einen Zugang in die Praxis der Optimierung.</p>
<p><b>Kompetenzbezug</b> Die folgenden Kompetenzen zum <i>Problemlösen</i>, <i>Modellieren</i> und <i>Darstellungen verwenden</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben von Realsituationen mit mathematischen Mitteln</li> <li>• Finden eigener algorithmischer Lösungsansätze und -wege</li> <li>• Dokumentieren und Präsentieren selbst gefundener Ideen und Lösungen</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>⇒</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- modellieren mit Graphen,</li> <li>- interpretieren Graphen als Realsituationen,</li> <li>- verwenden Matrizen zur symbolischen Darstellung von Graphen,</li> <li>- formulieren Algorithmen für Alltagstätigkeiten wie Anziehen, zur Schule gehen,</li> <li>- formulieren Probleme wie das „minimaler-aufspannender-Baum-Problem“,</li> <li>- entwickeln zeichnerisch und mit Hilfe neuer Medien Algorithmen zur Lösung der Probleme,</li> <li>- finden einfache Formulierungen für ihre Algorithmen,</li> <li>- wenden die Algorithmen auf Beispiele an.</li> </ul> <p>⇒ ⇒</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- entdecken Grapheneigenschaften,</li> <li>- formalisieren eigene Algorithmen,</li> <li>- suchen Charakterisierungen für spezielle Graphen, z. B. Bäume.</li> </ul> <p>⇒ ⇒ ⇒</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beweisen Grapheneigenschaften,</li> <li>- entwickeln detaillierte Schritt-für-Schritt-Anweisungen für die Algorithmen und führen sie aus, auch mit Hilfe von Software,</li> <li>- begründen die Korrektheit ihrer Algorithmen.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b> Die spontan verständlichen Problemstellungen aus dem Bereich der diskreten Mathematik eignen sich gut zum entdeckenden und selbstständigen Lernen. Die Modellierung von Alltagsproblemen mit Graphen erfordert nur wenige Vorkenntnisse und fördert die Abstraktionsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler. Das Prinzip der Strukturierung durch Reduktion wird demonstriert und geübt. Um gute (z. B. optimale) Lösungen zu finden, sind geeignete Algorithmen erforderlich. Schülerinnen und Schüler entwickeln selbst die notwendigen Verfahren und beschreiben sie zunächst umgangssprachlich. Zur Diskussion über verschiedene Verfahren und für die Überprüfung der Algorithmen ist eine zunehmend präzisere Formulierung notwendig, wodurch Analysefähigkeit und sprachlicher Ausdruck gefördert werden.</p>
<p><b>Sachbezüge</b> Liniennetzpläne, Land- und Straßenkarten, Computernetzwerke</p>

**W2 7/8 Körper und Figuren darstellen und berechnen**

Zentrale Leitidee: Raum und Form

Die Darstellung ebener und räumlicher Figuren erfordert und schult räumliches Vorstellungsvermögen. Schülerinnen und Schüler erarbeiten durch die Darstellung vor allem räumlicher Objekte ein vertieftes Wissen über Körper und deren Beziehungen zu Flächen.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Kommunizieren* und zur Leitidee *Raum und Form* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Beschreiben und Begründen von Eigenschaften geometrischer Objekte und Beziehungen zwischen ihnen
- Zeichnen und Konstruieren geometrischer Figuren
- Dokumentieren und Präsentieren von Überlegungen und Lösungswegen unter Nutzung geeigneter Medien

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

→

- vergleichen unterschiedliche Möglichkeiten geometrischer Grundkonstruktionen,
- ermitteln Flächeninhalte durch Zerlegungen auch in selbstgewählten, nicht standardisierten Flächenmaßen,
- bauen Kantenmodelle und Körper aus unterschiedlichen selbstgewählten Materialien,
- bauen Körper mit Hilfe von Abwicklungen,
- berechnen das Volumen von Körpern z. B. von Hohlkörpern durch Füllen mit Wasser oder Sand, oder von Vollkörpern durch Messen der Verdrängungsmasse im Wasser und durch ähnliche Verfahren,
- konstruieren räumliche Darstellungen und vergleichen mindestens zwei unterschiedliche Darstellungsweisen auf ihre Aussagekraft.

→ →

- optimieren die Materialnutzung beim Bauen von Körpern durch die Nutzung unterschiedlicher Abwicklungen.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Der handelnde Umgang mit ebenen und räumlichen Figuren vertieft das Raumvorstellungsvermögen. Bei geometrischen Konstruktionen üben die Schülerinnen und Schüler das maßgenaue Zeichnen. Die Verwendung von Zeichenbrettern erleichtert das genaue Arbeiten und vertieft das Verständnis für die Strukturen geometrischer Darstellungen wie Perspektiven und Projektionen. Dadurch erlangen die Lernenden ein größeres Verständnis für Maßgenauigkeiten und für technische Zeichnungen wie z. B. Bauanleitungen.

Berechnungen des Volumens und von Flächen können auf das zur Konstruktion von Körpern notwendige Maß beschränkt bleiben.

Bei der Planung zum Bau von Körpermodellen vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihre Vorstellungen über den Aufbau der Körper. Die Lage der Begrenzungsflächen zueinander wird reflektiert und die engen Beziehungen zwischen Körperkanten, Begrenzungsflächen und Körperformen werden erkannt. Durch die Anwendung von Zirkelkonstruktionen kann auf das Messen von Längen mit dem Lineal weitgehend verzichtet werden.

**Sachbezüge**

Bauanleitungen, Modellbau, Technische Zeichnungen, Architektur und Kunst

<p><b>W3 7/8 Geometrische Abbildungen und Symmetrie</b>                  Zentrale Leitideen: Raum und Form, Messen</p>
<p>Der Symmetriebegriff wird erweitert; die Schülerinnen und Schüler unterscheiden Achsen-, Punkt- und Drehsymmetrie. Beim Spiegeln, Drehen und Verschieben vertiefen sie ihre Kenntnisse über die Eigenschaften ebener Figuren. Sie erweitern ihre Fähigkeit Figuren zu identifizieren und ihre Lage zueinander in der Ebene zu beschreiben und sie erweitern ihre Problemlösefähigkeit beim Planen und Durchführen von Konstruktionen.</p>
<p><b>Kompetenzbezug</b>                  Die folgenden Kompetenzen zum <i>Argumentieren</i> und zu den Leitideen <i>Raum und Form</i> und <i>Messen</i> stehen im Mittelpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Messen und Zeichnen von Winkeln</li> <li>• Beschreiben geometrischer Strukturen</li> <li>• Beschreiben und Begründen von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte auch mit Hilfe von Symmetrie</li> <li>• Zeichnen und Konstruieren geometrischer Figuren</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:                  Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>→</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben Achsen-, Dreh- und Punktsymmetrie an Figuren und überprüfen sie - auch durch Falten und Drehen,</li> <li>- stellen symmetrische Figuren her - auch durch Ausschneiden, Falten, Drehen, Abzählen von Gitterpunkten,</li> <li>- konstruieren Abbilder einfacher Figuren durch Achsenspiegelung, Punktspiegelung und Drehung,</li> <li>- führen mit Figuren Parallelverschiebungen durch - auch durch Herstellung von Schablonen,</li> <li>- vervollständigen Parkettierungen und entwerfen Parkettierungen.</li> </ul> <p>→ →</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erarbeiten die Konstruktionsvorschriften für die Spiegelung, Punktspiegelung und Drehung und wenden sie bei Konstruktionen an,</li> <li>- erarbeiten die Konstruktionsvorschriften für die Parallelverschiebung und wenden sie bei Konstruktionen an.</li> </ul> <p>→ → →</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- führen die Abbildungen Spiegelung, Punktspiegelung und Parallelverschiebung im Koordinatensystem durch.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b>                  Der handlungsorientierte Umgang mit geometrischen Formen steht in diesem Modul im Vordergrund. Schülerinnen und Schüler arbeiten selbstständig und gestalten größere Ausarbeitungen z. B. Parkettierungen auch in Gruppen. Zur Anwendung der Kongruenzabbildungen eignen sich auch Spiele und Wettbewerbe.</p>
<p><b>Sachbezüge</b>                  Ebene symmetrische Figuren in der Lebenswelt, z. B. Ziffern, Buchstaben in Druckschrift, Muster, Parkettierungen z. B. von Maurits Cornelis Escher (1898-1972)</p>

**W4 7/8 Geometrisches Begründen und Beweisen**

Zentrale Leitidee: Raum und Form

Im Mittelpunkt dieses Moduls stehen Erkundungen an geometrischen Figuren, die zu Begründungen auffordern und weitere Vernetzungen herstellen. Dabei kommt auch der Einsatz dynamischer Geometriesoftware - insbesondere in der Phase des Erkundens von Beziehungen - zum Tragen.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Argumentieren* und zur Leitidee *Raum und Form* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Beschreiben von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte
- Argumentieren mit Eigenschaften geometrischer Objekte

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞ ☞ ☞

- begründen den Umfangswinkelsatz und den Mittelpunktswinkelsatz,
- begründen den Satz über die Außenwinkel im Dreieck,
- begründen die Aussagen über die Umkehrbarkeit der Winkelsätze an geschnittenen Parallelen,
- konstruieren den Inkreis- und den Umkreismittelpunkt eines Dreiecks,
- konstruieren Tangenten an einen Kreis,
- begründen die Tangentenkonstruktionen.

☞ ☞ ☞

- begründen, dass die Mittelparallele im Dreieck halb so lang wie die Grundseite ist,
- begründen, dass alle Seitenhalbierenden eines Dreiecks durch einen Punkt („Schwerpunkt“) verlaufen,
- begründen den Satz über den Inkreis- und den Umkreismittelpunkt eines Dreiecks,
- begründen den Satz über die Winkelsumme im n-Eck.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Schülerinnen und Schüler erkunden Beziehungen geometrischer Figuren in Bezug auf Winkel, Streckenlängen und -verhältnisse, Kreise, Schnittpunkte, In- und Umkreise und Tangenten und formulieren Aussagen dazu. Neben den traditionellen Zeichenmaterialien wird dynamische Geometriesoftware eingesetzt. Schülerinnen und Schüler erkunden Invarianzen durch den Zugmodus und finden Begründungen für die entdeckten Beziehungen.

**Sachbezüge**

Elemente in der Architektur

## 4.3 Doppeljahrgangsstufe 9/10

### 4.3.1 Pflichtbereich

<b>P1 9/10 Neue Zahlen entdecken</b> Zentrale Leitidee: Zahl
Die Schülerinnen und Schüler ergänzen ihr Zahlverständnis um die Vorstellung von irrationalen Zahlen. Sie lernen eine weitere Rechenoperation kennen und erwerben Sicherheit im Umgang mit Quadratwurzeln.
<p><b>Kompetenzbezug</b></p> Die folgenden Kompetenzen zum <i>Argumentieren</i> und <i>Kommunizieren</i> und zur Leitidee <i>Zahl</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erläutern der Eigenschaften irrationaler Zahlen</li> <li>• Begründen der Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung</li> <li>• Verwenden von reellen Zahlen zur Lösung von Problemen und zur Darstellung mathematischer Sachverhalte</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- unterscheiden rationale und irrationale Zahlen,</li> <li>- beschreiben die Menge der reellen Zahlen,</li> <li>- bestimmen Quadratwurzeln näherungsweise mit dem Taschenrechner und runden situationsangemessen,</li> <li>- bestimmen Wurzeln von Quadratzahlen im Kopf und nutzen sie zum Schätzen,</li> <li>- lösen Sachprobleme, die das Bestimmen der Quadratwurzel erfordern.</li> </ul> <p>☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen die Notwendigkeit, den Zahlbereich um die irrationalen Zahlen zu erweitern,</li> <li>- stellen abbrechende und einfache periodische Dezimalzahlen als Brüche dar,</li> <li>- konstruieren einige Quadratwurzeln geometrisch auch auf der Zahlengeraden,</li> <li>- beschreiben Quadratwurzeln an Beispielen durch ein Näherungsverfahren (Intervallschachtelung),</li> <li>- rechnen mit Quadratwurzeln (Produkt, Quotient, Summe, Differenz).</li> </ul> <p>☞ ☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beweisen die Irrationalität einer Quadratwurzel (indirekter Beweis),</li> <li>- beschreiben die Zahl <math>\pi</math> durch ein Näherungsverfahren.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b></p> Die Schülerinnen und Schüler entdecken an geeigneten Aufgaben die Notwendigkeit, Quadratwurzeln zu bestimmen, finden so irrationale Zahlen und begründen die Zahlbereichserweiterung. Das Verständnis der Irrationalität wird vertieft durch die Beschreibung von Wurzeln und der Zahl $\pi$ durch ein Näherungsverfahren. Mit geeigneter Software (z. B. Tabellenkalkulationsprogramm, CAS) kann der Iterationsprozess verdeutlicht werden. Schülerinnen und Schüler bestimmen Quadratwurzeln, runden sie auf sinnvolle Genauigkeit und nutzen sie zur Lösung von Problemen.
<p><b>Sachbezüge</b></p> Quadratische Flächen (Tischdecken, Abdeckfolien ...)
<p><b>Mögliche Vernetzungen</b></p> In: Nutzung von Standardsoftware (Modul 1) Ma: P10 7/8, P3 7/8, P2 9/10, P4 9/10, P5 9/10

**P2 9/10 Längen und Flächen bestimmen und berechnen**

Zentrale Leitideen: Raum und Form, Messen

Mit Hilfe des Satzes des Pythagoras werden Streckenlängen über den Umweg der Flächenberechnung ermittelt. Schülerinnen und Schüler operieren mit Ähnlichkeitsbeziehungen, berechnen Vergrößerungen und Verkleinerungen und erweitern dadurch ihre Fähigkeit, Größen zu schätzen und alltägliche Sachprobleme zu lösen.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Problemlösen* und zum *Modellieren* und zu den Leitideen *Raum und Form* und *Messen* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Erkennen und Beschreiben von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte
- Anwenden des Satzes des Pythagoras und der Ähnlichkeitsbeziehungen bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen
- Ermitteln von geometrischen Größen in Sachzusammenhängen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- identifizieren rechtwinklige Dreiecke in ebenen Flächen und in Körpern,
- erläutern den Satz des Pythagoras mit Hilfe einer Skizze,
- wenden den Satz des Pythagoras zur Berechnung von Streckenlängen an,
- entwerfen zu Sachproblemen Skizzen und lösen die Probleme mit Hilfe des Satzes des Pythagoras, auch in zusammengesetzten Figuren,
- wenden Bedingungen für Ähnlichkeit an und identifizieren ähnliche Figuren,
- beschreiben Vergrößerungen und Verkleinerungen durch den Ähnlichkeitsfaktor, durch den Maßstab und mit Hilfe von Prozentsätzen,
- berechnen Seitenlängen und Flächeninhalte vergrößerter und verkleinerter Flächen,
- benutzen den Ähnlichkeitsfaktor zum maßstäblichen Konstruieren.

☞ ☞

- konstruieren rechte Winkel mit Hilfe der Umkehrung des Satzes des Pythagoras,
- erklären einen Beweis für den Satz des Pythagoras,
- konstruieren ähnliche Figuren durch zentrische Streckung,
- berechnen in Sachproblemen Streckenlängen im Raum.

☞ ☞ ☞

- beweisen den Satz des Pythagoras und seine Umkehrung,
- berechnen den Abstand zweier Punkte in der Ebene und im Raum,
- begründen die Kreisgleichung mit dem Satz des Pythagoras,
- begründen Eigenschaften zentrischer Streckungen auch mit negativen Streckfaktoren,
- nutzen Strahlensätze zur Lösung von Problemen.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Mit der Herleitung des Satzes des Pythagoras erweitern die Schülerinnen und Schüler ihre Kenntnisse über Problemlöseverfahren. Sie wenden diesen Satz zur Lösung von Sachproblemen auch in Körpern an und vertiefen damit ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Sie entdecken, dass die Umkehrung des Satzes des Pythagoras gilt. Sie lernen Ähnlichkeitsbeziehungen als weitere Möglichkeit kennen, Streckenlängen, Winkelgrößen und Flächeninhalte zu vergleichen und zu berechnen.

**Sachbezüge**

Elemente der Architektur, Berechnungen im Gelände

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P6 7/8, P10 7/8, P8 7/8, P7 7/8, P5 9/10, P8 9/10

Ph: Besser sehen (P3 9/10)

**P3 9/10 Aus statistischen Daten Schlüsse ziehen**

Zentrale Leitideen: Daten und Zufall, Zahl

Schülerinnen und Schüler werden im Alltag mit einer Vielzahl von Darstellungen statistischer Daten konfrontiert. Sie lernen diese kritisch zu analysieren und gemäß der aufgeworfenen Fragestellung zu interpretieren.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Argumentieren* und *Kommunizieren* und zu den Leitideen *Daten und Zufall* und *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Planen von Erhebungen und Nutzen unterschiedlicher Darstellungsmöglichkeiten von Daten
- Kritisches Analysieren graphischer statistischer Darstellungen
- Interpretieren von Daten mit geeigneten Streuungsparametern
- Situationsangemessenes Darstellen von Zahlen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

→

- bilden Klassen von Daten und stellen diese in Säulendiagrammen dar,
- ermitteln den Modalwert, den Median und das arithmetische Mittel,
- ermitteln die Spannweite,
- beurteilen die Aussagekraft der Mittelwerte und der Spannweite.

→ →

- berechnen die mittlere lineare Abweichung,
- interpretieren zwei Datensätze mit gleichem arithmetischem Mittel und unterschiedlicher mittlerer linearer Abweichung,
- identifizieren und beurteilen typische Fehler (überzogene Genauigkeit, unterschiedliche Bezugsbasis, falsches Festschreiben von Trends, Arbeiten mit vorsortierten Stichproben, falsche Verwendung des Prozentbegriffs) und Manipulationen bei Grafiken.

→ → →

- bilden kumulierte Häufigkeitsverteilungen und stellen diese in Säulendiagrammen und Polygonzügen dar,
- begründen die Wahl des Mittelwerts,
- berechnen Boxplots und nutzen sie zur Interpretation der Datenerhebung.

P3 9/10 Aus statistischen Daten Schlüsse ziehen  
Zentrale Leitideen: Daten und Zufall, Zahl

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

An Darstellungen werden typische Fehler und Manipulationen diskutiert und beurteilt. Schülerinnen und Schüler dokumentieren und präsentieren, üben die Verwendung einer angemessenen Fachsprache und bewerten und reflektieren auf der Grundlage ihrer Kenntnisse die typischen Fehler und Manipulationen in der Statistik. Durch authentische und aktuelle Daten und Darstellungen aus allen Medien (z. B. aus Tageszeitungen, Zeitschriften oder dem Internet) wird die Verbindung zu anderen Fächern und Fachgebieten möglich. Die Darstellungsmöglichkeiten werden durch die Betrachtung von Klassenbildungen und kumulierten Verteilungen erweitert. Schülerinnen und Schüler lernen mit Streuungsmaßen weitere Kenngrößen kennen und sie zu interpretieren. Es bietet sich projektartiges Arbeiten an.

**Sachbezüge**

Alle Formen von Datenangaben und Darstellungen von Daten aus den Medien und aus dem Umfeld der Schülerinnen und Schüler

**Mögliche Vernetzungen**

Bi: Abwehr und Infektionskrankheiten (P5 9/10)

Geo: Globale Zukunftsszenarien (9/10);  
Amerika - Kontinent der Gegensätze (9/10);  
Deutschland in Europa (9/10)

Ma: P1 7/8, P4 7/8, P2 7/8, P8 9/10

**P4 9/10 Situationen mit quadratischen Funktionen und Potenzfunktionen beschreiben**  
 Zentrale Leitideen: Zahl, funktionaler Zusammenhang

Viele Situationen lassen sich durch Potenzfunktionen - insbesondere durch quadratische Funktionen - beschreiben oder annähern. Schülerinnen und Schüler lernen in solchen Situationen funktionale Zusammenhänge zu erkennen. Sie stellen diese Zusammenhänge in Tabellen, als Funktionsterme und als Graphen dar oder übersetzen sie in Gleichungen. Mit Hilfe solcher mathematischen Modelle lösen sie inner- und außermathematische Probleme.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und zu den Leitideen *Funktionaler Zusammenhang* und *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Beschreiben und Interpretieren von Realsituationen mit Potenzfunktionen und quadratischen Funktionen
- Verwenden von verschiedenen Darstellungsformen für funktionale Zusammenhänge
- Problemlösen mit quadratischen Gleichungen
- Entwickeln, Anwenden und Überprüfen von Modellen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

→

- erkennen Parabelformen in der Umwelt,
- zeichnen Graphen quadratischer Funktionen der Form  $f(x) = ax^2 + n$  mit Hilfe von Tabellen,
- beschreiben den Verlauf quadratischer Funktionen  $f(x) = ax^2 + n$  und deren Lage im Koordinatensystem,
- lösen quadratische Gleichungen der Form  $0 = ax^2 + n$  durch systematisches Probieren, mit Hilfe von Tabellen und durch Ablesen von Koordinatenwerten.

→ →

- ermitteln die Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion,
- beschreiben die geometrische Bedeutung der Parameter (Verschiebung, Streckung/Stauchung) in der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion,
- lösen quadratische Gleichungen graphisch,
- begründen die Lösbarkeit quadratischer Gleichungen,
- zerlegen einfache quadratische Terme in Linearfaktoren,
- lösen quadratische Gleichungen mit einem rechnerischen Verfahren,
- beschreiben und skizzieren den Verlauf von Potenzfunktionen der Form  $f(x) = x^n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  mit Hilfe von Wertetabellen, Graphen und Termen,
- klassifizieren die Graphen der Potenzfunktionen gemäß ihrer Symmetrieeigenschaften,
- beschreiben Sachsituationen und lösen Sachprobleme mit Hilfe quadratischer Funktionen.

→ → →

- nutzen den Satz von Vieta zur Kontrolle der Lösungen quadratischer Gleichungen,
- systematisieren Funktionen mit Hilfe von Funktionsklassen,
- beschreiben und lösen Extremalprobleme mit Hilfe von quadratischen Funktionen,
- begründen die Potenzgesetze,
- nutzen Potenzgesetze ( $n \in \mathbb{Z}$ ) zur Vereinfachung von Termen,
- nutzen n-te Wurzeln zur Auflösung von Potenzgleichungen,
- beschreiben die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion einer quadratischen Funktion (Normalparabel),
- nutzen Wurzelgleichungen zur Lösung von Problemen.

P4 9/10 Situationen mit quadratischen und Potenzfunktionen beschreiben  
 Zentrale Leitideen: Zahl, funktionaler Zusammenhang

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Quadratische Funktionen und weitere Potenzfunktionen werden erkundet, auf ihre Eigenschaften hin untersucht und klassifiziert. Schülerinnen und Schüler lernen in Kontexten mit quadratischen Funktionen oder einfachen Potenzfunktionen zu modellieren. Die Betrachtung der Nullstellen einer quadratischen Funktion führt zur Lösung quadratischer Gleichungen, die niveaugemessen zu einem Lösungsverfahren ausgebaut wird.

Quadratische Gleichungen und die Beschreibung von Situationen mit quadratischen Funktionen nutzen Schülerinnen und Schüler zur Lösung vielfältiger Probleme. Zur systematischen Lösung von Extremalproblemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, wird die Scheitelpunktgleichung der Funktion genutzt.

**Sachbezüge**

Brückenbögen, Wurfparabel, freier Fall, Bremsweg, Anhalteweg, Extremalprobleme, die auf quadratische Zielfunktionen führen (z. B. Flächeninhalte, Volumina, Gewinnfunktion)

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P4 7/8, P9 7/8, P6 9/10, P9 9/10

Ph: Schneller werden und bremsen (P4 9/10)

**P5 9/10 Mit Winkeln und Längen rechnen**

Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Messen, Raum und Form

Regelmäßig wiederkehrende Vorgänge sind eine Klasse von Phänomenen der Welt. Die trigonometrischen Funktionen sind das mathematische Hilfsmittel zur Beschreibung periodischer Vorgänge. Trigonometrische Funktionen bilden darüber hinaus für Schülerinnen und Schüler eine wichtige Hilfe zur Berechnung von Winkeln und Längen an beliebigen Dreiecken.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Problemlösen* und *Modellieren* und zu den Leitideen *Funktionaler Zusammenhang*, *Messen* und *Raum und Form* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Anwenden trigonometrischer Funktionen zur Bearbeitung von Problemen
- Verwenden der Sinusfunktion zur Beschreibung periodischer Vorgänge
- Berechnen von Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

→

- zeichnen Graphen der Sinusfunktion,
- beschreiben periodisches Verhalten verbal mit der Sinusfunktion,
- berechnen Winkel und Längen in rechtwinkligen Dreiecken mit Hilfe von Sinus, Kosinus und Tangens,
- skizzieren Dreiecke - gegebenenfalls mit Hilfslinien (Höhen) - zur Problemlösung.

→ →

- beschreiben Eigenschaften der Sinus- und Kosinusfunktion (Definitions- und Wertebereich, Punkt- und Achsensymmetrie, Nullstellen),
- berechnen Winkel und Längen in beliebigen Dreiecken durch Zerlegung in rechtwinklige Teildreiecke,
- nutzen den Sinussatz zur Berechnung von Längen und Winkeln in beliebigen Dreiecken,
- begründen den Sinussatz in spitzwinkligen Dreiecken.

→ → →

- verwenden das Bogenmaß eines Winkels,
- zeichnen Graphen der allgemeinen Sinusfunktion  $f(x) = a \cdot \sin[b \cdot (x - c)] + d$  auf Grundlage einer geometrischen Interpretation der Parameter a, b, c und d,
- beschreiben die geometrische Wirkung der Parameter a, b, c und d der allgemeinen Sinusfunktion auf den Graphen der Funktion,
- nutzen den Kosinussatz zur Berechnung von Längen und Winkeln in beliebigen Dreiecken,
- begründen die Winkelbeziehung am Einheitskreis,
- beweisen den Sinus- und den Kosinussatz in beliebigen Dreiecken,
- beschreiben den Satz des Pythagoras als Spezialfall des Kosinussatzes,
- modellieren periodisches Verhalten durch die allgemeine Sinusfunktion.

P5 9/10 Mit Winkeln und Längen rechnen  
Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Messen, Raum und Form

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Im Mittelpunkt des Moduls stehen Berechnungen von Winkeln und Längen in Dreiecken, die aus Modellierungen von Sachzusammenhängen gewonnen werden. Je nach Anforderungsniveau üben Schülerinnen und Schüler das Argumentieren und Problemlösen.

Schülerinnen und Schüler betrachten den funktionalen Aspekt von Sinus und Kosinus im Hinblick auf die Beschreibung des in Natur und Technik auftretenden periodischen Verhaltens an ausgewählten Beispielen. Innermathematische Vollständigkeitsaspekte (z. B. die Erweiterung des Definitionsbereiches der Sinusfunktion) treten zugunsten von Sachkontexten und fächerübergreifenden Aspekten (z. B. der Beschreibung der gleichförmigen Kreisbewegung) zurück.

**Sachbezüge**

Landvermessung, Gezeiten, Sonnenhöhe, Schwingungen und Wellen, Akustik

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P4 7/8, P6 7/8, P9 7/8, P1 9/10, P2 9/10

Ph: Von der Quelle zum Empfänger (P6 9/10);  
Besser sehen (P3 9/10)

**P6 9/10 Wachstum und Zerfall mit Funktionen beschreiben**  
 Zentrale Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

Für viele Beispiele realer funktionaler Zusammenhänge benötigt man über die linearen bzw. die Potenzfunktion hinaus das Modell der Exponentialfunktion. Schülerinnen und Schüler beschreiben die verschiedenen Formen von Wachstum und Zerfall, insbesondere lineares und exponentielles Wachstum.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und zur Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Beschreiben, Interpretieren und Darstellen von funktionalen Zusammenhängen bei Wachstums- und Zerfallsprozessen auch unter Verwendung einer Tabellenkalkulation
- Anwenden von Exponentialfunktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Sachzusammenhängen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- beschreiben exponentielles Wachstum an einfachen Beispielen (z. B. Zinseszins),
- unterscheiden lineares und exponentielles Wachstum,
- stellen Wachstumsprozesse tabellarisch und graphisch dar (z. B. mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms),
- beschreiben an Beispielen die Notwendigkeit den Definitionsbereich einzuschränken,
- bearbeiten einfache Sachprobleme im Zusammenhang mit linearem und exponentiellem Wachstum.

☞ ☞

- beschreiben exponentielle Abnahme an Beispielen,
- stellen Zerfallsprozesse tabellarisch und graphisch dar (z. B. mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms),
- bearbeiten Sachprobleme in Zusammenhang mit Wachstum und Zerfall,
- untersuchen an Hand des Modells die Auswirkung von Parameterveränderungen auf den Wachstums- bzw. Zerfallsprozess.

☞ ☞ ☞

- beschreiben die Eigenschaften der Exponentialfunktion  $f(x)=a \cdot b^x$ ,
- modellieren Sachsituationen mit der Exponentialfunktion  $f(x)=a \cdot b^x$ ,
- bestimmen in Sachsituationen Exponenten von Exponentialfunktionen näherungsweise,
- begründen die Umkehrbarkeit von Funktionen,
- beschreiben Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktionen von Exponentialfunktionen,
- nutzen die Logarithmengesetze zur Lösung von Exponentialgleichungen.

P6 9/10 Wachstum und Zerfall mit Funktionen beschreiben  
Zentrale Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

In diesem Modul analysieren und klassifizieren die Schülerinnen und Schüler reale Situationen exponentiellen Wachstums bzw. Zerfalls. Sie entwickeln Modelle, mit denen sie Wachstums- und Zerfallsprozesse beschreiben und den Unterschied zwischen linearem und exponentiellem Wachstum verdeutlichen. Sie erkunden die Eigenschaften der Graphen von Exponentialfunktionen. Bei der Betrachtung konkreter Problemstellungen entdecken die Lernenden Grenzen des Modells, die sich z. B. durch nicht beachtete Einflüsse ergeben. Durch die Möglichkeit mittels Parameterveränderung ein Modell zu variieren, können sich weiterführend Fragen nach Ursache und Wirkung dynamischer Prozesse ergeben. Das selbstständige und entdeckende Lernen von Schülerinnen und Schülern wird durch den Einsatz von Software gefördert. Die Simulation komplexerer Wachstums- und Zerfallsprozesse und die Änderung entsprechender Parameter kann z. B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm von Schülerinnen und Schülern durchgeführt werden.

**Sachbezüge**

Zinseszins, Bevölkerungsentwicklungen, Prognosen zur Entwicklung von Populationen (Sero-rosen etc.), Entwicklung von Energieverbrauch, Luftverschmutzung, etc., Abbau des Alkohol-gehalts im Blut, Zerfall radioaktiver Substanzen (C-14-Methode), Bierschaumzerfall

**Mögliche Vernetzungen**

In: Nutzung von Standardsoftware (Modul 1)

Ma: P4 7/8, P9 7/8, P4 9/10, P9 9/10

<p><b>P7 9/10 Körper herstellen und berechnen</b>                  Zentrale Leitideen: Raum und Form, Messen</p>
<p>Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr räumliches Vorstellungsvermögen und damit ihre Fähigkeit, sich in der Umwelt zu orientieren, wenn sie Körper identifizieren, charakterisieren, darstellen und berechnen.</p>
<p><b>Kompetenzbezug</b>                  Die folgenden Kompetenzen zum <i>Darstellen</i> und zu den Leitideen <i>Raum und Form</i> und <i>Messen</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erkennen und Beschreiben geometrischer Strukturen in der Umwelt</li> <li>• Analysieren und Klassifizieren von Körpern auch aus entsprechenden zweidimensionalen Darstellungen</li> <li>• Skizzieren von Schrägbildern, Entwerfen von Körpernetzen und Herstellung von Modellen ausgewählter Körper</li> <li>• Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:                  Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- charakterisieren Körper (Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel),</li> <li>- charakterisieren Körper aus ihrer Umwelt,</li> <li>- zeichnen Schrägbilder von Körpern,</li> <li>- entwerfen Netze von Pyramiden und Kegeln,</li> <li>- stellen Modelle einfacher Körper her (Pyramide, Kegel),</li> <li>- begründen die Formeln für das Volumen von Pyramide, Kegel und Halbkugel durch experimentellen Inhaltsvergleich,</li> <li>- berechnen das Volumen und den Oberflächeninhalt von Pyramiden, Kegeln und Kugeln in Sachzusammenhängen.</li> </ul> <p>☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- skizzieren und zeichnen Schrägbilder zusammengesetzter Körper,</li> <li>- begründen den Satz von Cavalieri anschaulich,</li> <li>- wenden den Satz von Cavalieri zur Bestimmung des Pyramidenvolumens an,</li> <li>- leiten die Formeln für den Oberflächeninhalt von Pyramide und Kegel her,</li> <li>- ermitteln den Oberflächeninhalt von Kugeln näherungsweise durch Zerlegung,</li> <li>- berechnen Volumina von zusammengesetzten Körpern in Sachzusammenhängen.</li> </ul> <p>☞ ☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen das Volumen von Kegel oder Kugel mit einem Näherungsverfahren.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b>                  Durch das Beschreiben und Darstellen von mathematischen Körpern entwickeln die Schülerinnen und Schüler modellhafte Vorstellungen, die es ihnen ermöglichen, in Gegenständen aus ihrem Umfeld mathematische Figuren zu erkennen und zu charakterisieren. Die Eigenschaften von Körpern erfassen die Lernenden besonders durch das Entwerfen von Netzen und das Bauen von Körpermodellen. Zur Planung der Berechnung von Oberfläche und Volumen in Sachkontexten erstellen sie Skizzen. Die Formeln für die Oberflächen der Körper werden im Einschlüsselbereich durch die Formelsammlung zur Verfügung gestellt.</p>
<p><b>Sachbezüge</b>                  Behälter, Verpackungen, Werkstücke, Bauwerke</p>
<p><b>Mögliche Vernetzungen</b>                  Ma: P4 7/8, P6 7/8, P10 7/8, P2 9/10</p>

**P8 9/10 Mit Wahrscheinlichkeiten rechnen**

Zentrale Leitidee: Daten und Zufall

Die Beschreibung von mehrstufigen Zufallsexperimenten steht im Zentrum dieses Moduls. Mit den Pfadregeln berechnen Schülerinnen und Schüler Ergebnis- und Ereigniswahrscheinlichkeiten von Zufallsexperimenten. Das grundlegende Zählprinzip wird durch die Betrachtung kombinatorischer Grundfälle (Urnenmodell) vertieft.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und *Argumentieren* und zur Leitidee *Daten und Zufall* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten
- Verwenden des Urnenmodells zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

→

- beschreiben die Ergebnismenge 2- und 3-stufiger Zufallsexperimente durch Baumdiagramme,
- berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen 2- und 3-stufiger Zufallsexperimente mit der ersten Pfadregel,
- begründen die erste Pfadregel anschaulich,
- skizzieren zur Anwendung der Pfadregeln ein beschriftetes Baumdiagramm,
- führen für Ereignisse, deren Wahrscheinlichkeiten in der Problemlösung auftauchen, nahe liegende Bezeichnungen ein.

→ →

- beschreiben die Ergebnismenge mehrstufiger Zufallsexperimente durch Baumdiagramme,
- berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen und Ereignissen mehrstufiger Zufallsexperimente mit den Pfadregeln,
- berechnen Laplace-Wahrscheinlichkeiten durch Spezialisierung des allgemeinen Zählprinzips auf Grundlage des Urnenmodells („Ziehen mit und ohne Zurücklegen“),
- begründen die zweite Pfadregel (Summenregel) anschaulich,
- begründen die kombinatorischen Grundmodelle („Ziehen mit und ohne Zurücklegen“) auf Grundlage des allgemeinen Zählprinzips.

→ → →

- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mit Hilfe des Urnenmodells,
- verwenden zur Berechnung auch Fakultäten und Binomialkoeffizienten,
- schätzen Wahrscheinlichkeiten aufgrund von Simulationen,
- modellieren mehrstufige Zufallsexperimente, die auf jeder Stufe zwei Ausgänge haben.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Ausgehend von stochastischen Situationen beschreiben Schülerinnen und Schüler Ergebnismengen mehrstufiger Zufallsexperimente mit Baumdiagrammen. Die Pfadregeln werden mit Hilfe statistischer Erfassung auf Plausibilität geprüft und in vielfältigen Beispielen angewendet. Dabei werden zum Vergleich auch Lösungswege im Laplace-Modell betrachtet. Zur Vertiefung des allgemeinen Zählprinzips werden niveauspezifisch die kombinatorischen Grundmodelle einbezogen und am Urnenmodell verdeutlicht. Der Stochastikunterricht ist insbesondere dazu geeignet, die sprachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler zu fördern und an allen Stellen des Unterrichts Begründungen auf der Grundlage einer angemessenen Argumentationsbasis einzufordern.

**Sachbezüge**

Mehrfacher Würfel- und Münzwurf, Wegenetze, Glücksräder, Galton-Brett

**Mögliche Vernetzungen**

Bi: Klassische Genetik (P8 9/10), Vererbung beim Menschen (P9 9/10)

Ma: P1 7/8, P8 7/8, P3 9/10

Das Modul P9 9/10 wird im 12-jährigen gymnasialen Bildungsgang unterrichtet. Die zugrunde liegenden Kompetenzen werden als Eingangsstandards in der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe erwartet. Es wird empfohlen, die Kompetenzen und Inhalte (mittlere und lokale Änderungsrate, Ableitungsfunktion) am Ende der 10. Jahrgangsstufe zu unterrichten. Die im Modul genannten Kompetenzen sind zum Teil nicht Bestandteil der Standards zum funktionalen Zusammenhang.

**P9 9/10 Veränderungen mit Funktionen beschreiben**

Zentrale Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

Schülerinnen und Schüler modellieren und untersuchen funktionale Zusammenhänge. Sie beschreiben Veränderungen numerisch und graphisch und erwerben so durch das Arbeiten mit Veränderungsrate begrifflich-anschauliche Grundvorstellungen, die in der Differential- und Integralrechnung der Qualifikationsphase aufgegriffen werden. Dieses Modul ist nur für den Unterricht im 12-jährigen Bildungsgang des Gymnasiums obligatorisch.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Problemlösen* und zur Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Lösen von Problemen mit Änderungsrate
- Problemangemessenes Wechseln zwischen den Darstellungsformen von Funktionen
- qualitatives und quantitatives Beschreiben von Änderungsrate

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞ ☞ ☞

- stellen lineare, quadratische, exponentielle Funktionen und die Sinusfunktion der Form  $f(x) = a \cdot \sin[b(x-c)] + d$  in Wertetabellen, Graphen und in Termen dar und beschreiben den Verlauf in eigenen Worten und mit geeigneten Fachbegriffen,
- wechseln zwischen verschiedenen Darstellungen und benennen Vorteile, Nachteile und Grenzen der einzelnen Darstellungsformen,
- identifizieren lineare, quadratische, periodische und exponentielle Funktionen (Wachstum und Abnahme) in Graphen, Termen und Sachzusammenhängen,
- deuten die Parameter der symbolischen Darstellungen von linearen, quadratischen, periodischen und exponentiellen Funktionen in der graphischen Darstellung und in Anwendungssituationen,
- deuten und berechnen mittlere Änderungsrate in diskreten und kontinuierlichen Prozessen, die als Tabelle, Graph oder Term vorliegen,
- deuten lokale Änderungsrate und bestimmen sie in graphischen Darstellungen,
- bestimmen markante Punkte (z. B. Hochpunkte, Tiefpunkte, Wendepunkte) aus Funktionsgraphen und deuten sie in Sachzusammenhängen,
- ermitteln Ableitungsfunktionen durch graphisches Differenzieren und deuten sie in Sachzusammenhängen.

P9 9/10 Veränderungen mit Funktionen beschreiben  
Zentrale Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Im Vordergrund steht der Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen bei numerischen und graphischen Darstellungen von funktionalen Zusammenhängen und dem Wechsel zwischen sprachlichen, numerischen, graphischen und symbolischen Darstellungen. Schülerinnen und Schüler interpretieren Realsituationen, die durch funktionale Zusammenhänge beschrieben werden. Vertieft wird das Arbeiten mit qualitativ und durch Terme gegebenen Funktionen im Hinblick auf mittlere und lokale Änderungsraten. Dabei diskutieren Schülerinnen und Schüler Veränderungsprozesse, suchen markante Punkte auf und lösen damit Probleme. Änderungsraten werden berechnet und graphisch abgelesen, Ableitungsfunktionen qualitativ erstellt und als Grundlage für einen argumentativen Umgang genutzt. Funktionen werden aus ihren Ableitungen rekonstruiert.

**Sachbezüge**

Diskrete Veränderungsprozesse (Kontostände oder diskret gemessene Größen wie Wasserstand im Reservoir, Höhe beim Ballonflug), Interpretation von (experimentell ermittelten) Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Diagrammen oder Tabellen, Bevölkerungsentwicklungen, Veränderung des Luftdrucks mit der Höhe oder Zeit, Wachstumsprozesse bei Aktien- oder anderen Wirtschaftsindices, zeitlicher Verlauf von Epidemien oder Infektionskrankheiten, Füllkurven

**Mögliche Vernetzungen**

Ma: P4 7/8, P9 7/8, P4 9/10, P5 9/10, P6 9/10

Ph: Schneller werden und bremsen (P4 9/10)

### 4.3.2 Wahlbereich

<p><b>W1 9/10 Optimale Wege</b> Zentrale Leitidee: Raum und Form</p>
<p>Welches ist der beste Weg zur Schule? Oder: Wie werden die Touren der Müllabfuhr geplant? Anhand solcher Fragestellungen aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler werden Algorithmen zur Wegeoptimierung auf Graphen entwickelt. Eine gute Modellierung spielt dabei eine wichtige Rolle. Dadurch wird die Grundlage zum Verständnis moderner Technik gelegt. Eigenschaften von Graphen werden bei der Arbeit am Problem entdeckt.</p>
<p><b>Kompetenzbezug</b> Die folgenden Kompetenzen zum <i>Problemlösen</i>, <i>Modellieren</i> und <i>Kommunizieren</i> und zu der Leitidee <i>Raum und Form</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mathematisches Modellieren unter verschiedenen Annahmen</li> <li>• Finden und Anwenden von Graphenalgorithmen</li> <li>• Entwickeln, Diskutieren und Präsentieren von Modellierungsansätzen</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- setzen Straßennetze in einfache Graphenmodelle um,</li> <li>- suchen andere Realsituationen, die sich als Graphen darstellen lassen,</li> <li>- entwickeln Kriterien für die Optimierung (z. B. entweder kurze Strecke oder schnelle Route) und passen ihr Modell entsprechend an,</li> <li>- finden Beschreibungen für spezielle Graphen, die die Problematik vereinfachen (Eulergraphen) und Eulertouren bzw. beschreiben Vorgehensweisen zum Auffinden optimaler Wege (z. B. Breitensuche),</li> <li>- beschreiben Graphenalgorithmen schrittweise und wenden sie auf unterschiedliche Beispiele an.</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- unterscheiden zwischen verschiedenen Modellierungstiefen und treffen Entscheidungen,</li> <li>- finden Grapheneigenschaften wie die Anzahl der Knoten ungeraden Grades,</li> <li>- verwenden Matrizen, auch für bewertete Graphen,</li> <li>- vergleichen und klassifizieren Graphen,</li> <li>- entwickeln zeichnerisch eigene Algorithmen (z. B. für Eulertouren oder kürzeste Wege),</li> <li>- formulieren diese Algorithmen umgangssprachlich.</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>☞ ☞ ☞</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- entwickeln unterschiedliche Vorgehensweisen zum Auffinden optimaler Wege je nach Modellierungsannahme,</li> <li>- formulieren detaillierte Schritt-für-Schritt-Anweisungen für die Algorithmen,</li> <li>- verwenden die Matrixdarstellung von Graphen und wenden darauf die selbst entwickelten Vorgehensweisen an,</li> <li>- begründen die Korrektheit von Algorithmen und beweisen Grapheneigenschaften.</li> </ul>

W1 9/10 Optimale Wege  
Zentrale Leitidee: Raum und Form

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Was ist eigentlich ein optimaler Weg? Diese Frage kann eine intensive Beschäftigung mit Modellierungen und Optimierungsannahmen hervorrufen. Für ein und dieselbe Frage können verschiedene Modelle nützlich sein.

Ist die Modellierung erfolgt, so können die entstandenen Graphen Gegenstand näherer Untersuchung werden und Eigenschaften von Graphen durch den handelnden Umgang mit ihnen entwickelt werden. Die Matrixdarstellung dient als Brücke zur formalisierten Darstellung.

Um optimale Wege zu finden werden systematische Vorgehensweisen entwickelt. Die Umsetzung in klare Anweisungen (umgangssprachlich) erfordert ein hohes Maß an Analysefähigkeit und Präzision, ebenso die kritische Auseinandersetzung mit den selbst entwickelten Algorithmen (Pfeil-Schlüssel).

**Sachbezüge**

Routenplaner/Navigationssysteme, Tourenplanung für die Stadtreinigung, Planung von Museumsrundgängen

<p><b>W2 9/10 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck</b>                  Zentrale Leitideen: Raum und Form, Messen</p>
<p>Neben dem Satz des Pythagoras nutzen Schülerinnen und Schüler die Kathetensätze und den Höhensatz zur Lösung von inner- und außermathematischen Problemen.</p>
<p><b>Kompetenzbezug</b>                  Die folgenden Kompetenzen zum <i>Argumentieren</i> und zu den Leitideen <i>Raum und Form</i> und <i>Messen</i> stehen im Mittelpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte</li> <li>• Anwenden der Flächensätze bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:                  Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>⇒ ⇒</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erklären sowohl algebraische als auch geometrische Beweise zur Satzgruppe des Pythagoras,</li> <li>- begründen die Kathetensätze und den Höhensatz,</li> <li>- verwandeln mit Hilfe des Höhen- oder des Kathetensatzes ein Rechteck in ein flächeninhaltsgleiches Quadrat,</li> <li>- wenden den Kathetensatz, den Höhensatz und den Satz des Pythagoras bei der Lösung von Problemen an.</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>⇒ ⇒ ⇒</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beweisen die Kathetensätze und den Höhensatz.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b>                  Schülerinnen und Schüler erkunden weitere Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck, die Kathetensätze, den Höhensatz und ihre Beziehungen zum Satz des Pythagoras. Neben historischen Bezügen (Flächenverwandlungen) können Beweisvariationen rund um den Satz des Pythagoras zu einer vertieften Einsicht der Flächensätze führen. Im Mittelpunkt des Moduls stehen innermathematische Probleme, die Schülerinnen und Schüler mit den Flächensätzen lösen.</p>
<p><b>Sachbezüge</b>                  Landvermessung, Beweise in der Geschichte, Geschichte der Mathematik</p>

**W3 9/10 Kugeln und Kreise**  
Zentrale Leitidee: Messen

Zur Ermittlung des Kugelvolumens wenden die Schülerinnen und Schüler ein Näherungsverfahren an, wie sie es in ähnlicher Weise bereits bei der Ermittlung des Flächeninhaltes von Kreisen eingesetzt haben. Die gekrümmte Kugeloberfläche lässt sich nicht abwickeln und kann deshalb nur durch Zerlegung der Kugel in Teilkörper ermittelt werden. Neben der Betrachtung von Kugeloberfläche und Kugelvolumen steht die Anwendung der Kreis- und Kugel-formeln zur Berechnung in Sachzusammenhängen im Mittelpunkt des Moduls.

**Kompetenzbezug**

Die folgenden Kompetenzen zum *Problemlösen* und zu der Leitidee *Messen* stehen im Mittelpunkt dieses Moduls:

- Anwenden des Grundprinzips des Messens bei Flächen- und Volumenmessung
- Ermitteln des Volumens und der Oberfläche von Kugeln und Kugelteilen

Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

☞

- wenden die Formeln an um in Sachzusammenhängen den Flächeninhalt von Kreisen und Kreisausschnitten zu berechnen,
- ermitteln das Volumen von Kugeln näherungsweise auch durch das physikalische Experiment der Wasserverdrängung,
- wenden die Formel zur Berechnung des Kugelvolumens in Sachzusammenhängen an auch zur Berechnung von Hohlkugeln,
- ermitteln den Flächeninhalt der Oberfläche von Kugeln näherungsweise durch Zerlegung,
- berechnen den Flächeninhalt von Kugeloberflächen in Sachkontexten.

☞ ☞

- leiten die Formel für den Flächeninhalt des Kreisausschnitts her,
- berechnen den Flächeninhalt von Kreisabschnitten,
- leiten die Formel für das Volumen der Halbkugel durch den Vergleich mit Zylinder- und Kegelvolumen her,
- leiten die Formel für den Flächeninhalt der Kugeloberfläche her durch Zerlegen der Kugel in Pyramiden.

☞ ☞ ☞

- leiten das Volumen der Halbkugel näherungsweise mittels Ersetzen durch einen Treppenkörper her,
- berechnen in Sachzusammenhängen das Volumen von Kugelausschnitt und Kugelabschnitt.

**Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht**

Durch die Beschäftigung mit Volumen und Oberfläche der Kugel vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihre Vorstellung von Näherungsverfahren.

Es können zahlreiche Sachbezüge zur Kugel, zu Kugelteilen und zu mit Kugeln zusammengesetzten Körpern hergestellt werden, so dass die Schülerinnen und Schüler in diesem Zusammenhang Sachprobleme auf unterschiedlichen Niveaustufen lösen.

**Sachbezüge**

Die Erde als Kugel, Bälle (Fußball, Handball), kugelförmige Behälter, Ballons, Seifenblasen, Werkstücke

<p><b>W4 9/10 Beschränktes und logistisches Wachstum</b>                  Zentrale Leitideen: Funktionaler Zusammenhang, Zahl</p>
<p>In der Realität ist unbegrenztes Wachstum nur selten möglich. Verschiedene Gründe führen dazu, dass z. B. Populationen nicht unbegrenzt wachsen. Schülerinnen und Schüler lernen die mathematischen Modelle des beschränkten und logistischen Wachstums kennen und beschreiben sie iterativ.</p>
<p><b>Kompetenzbezug</b>                  Die folgenden Kompetenzen zum <i>Modellieren</i> und zu den Leitideen <i>Funktionaler Zusammenhang</i> und <i>Zahl</i> stehen im Mittelpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben, Interpretieren und Darstellen von funktionalen Zusammenhängen bei Wachstums- und Schrumpfungsprozessen</li> <li>• Anwenden von rekursiven Darstellungen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Sachzusammenhängen</li> <li>• Modellieren von Realsituationen mit Wachstumsmodellen</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:                  Die Schülerinnen und Schüler</p> <p>→ →</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben lineares und exponentielles Wachstum rekursiv,</li> <li>- beschreiben beschränktes Wachstum verbal, graphisch und durch eine Gleichung (rekursive und explizite Darstellung),</li> <li>- beschreiben logistisches Wachstum verbal, graphisch und durch eine Gleichung (rekursive Darstellung),</li> <li>- modellieren reale Wachstums- und Schrumpfungsprozesse durch beschränktes und logistisches Wachstum.</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>→ → →</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- entwickeln die explizite Formel für beschränktes Wachstum aus der rekursiven Darstellung.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b>                  Schülerinnen und Schüler erkunden neben dem linearen und exponentiellen Wachstum auch beschränktes und logistisches Wachstum. Sie beschreiben es durch rekursive Darstellungen und modellieren in vielfältigen Kontexten Wachstums- und Schrumpfungsprozesse. Der Einsatz von Tabellenkalkulation wird zur Darstellung von Iterationsprozessen empfohlen.</p>
<p><b>Sachbezüge</b>                  Füll- und Abflussprobleme, Wachstum von Populationen, Ausbreitung von Infektionskrankheiten, Epidemien, Räuber-, Beute-Modelle</p>

## 5 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung im Mathematikunterricht

Die Leistungsfeststellung bezieht sich auf die im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kompetenzen und setzt voraus, dass die Schülerinnen und Schüler hinreichend Gelegenheit hatten, die im Rahmenlehrplan ausgewiesenen Kompetenzen zu erwerben.

Erfolgreiches Lernen ist kumulativ. Entsprechend sind die Kompetenzerwartungen in den Doppeljahrgangsstufen 7/8 und 9/10 in ansteigender Progression und Komplexität formuliert. Dieses bedingt, dass Unterricht und Lernerfolgsüberprüfungen darauf ausgerichtet sein müssen, Schülerinnen und Schülern, Gelegenheit zu geben, grundlegende Kompetenzen, die sie in den vorangegangenen Jahren erworben haben, wiederholt und in wechselnden Kontexten anzuwenden. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der Lernerfolgsüberprüfungen Anlass, die Zielsetzungen und die Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen und ggf. zu modifizieren. Für die Lernenden sollen sie eine Hilfe für weiteres Lernen darstellen.

Leistungsfeststellungen, die auf die Überprüfung von Kompetenzen ausgerichtet sind, sollten den folgenden Leitlinien entsprechen:

- Sie dürfen sich nicht nur auf die Abfrage von Kenntnissen und Fertigkeiten beschränken, sondern müssen überprüfen, inwiefern Schülerinnen und Schüler diese in unterschiedlichen Situationen flexibel einsetzen können.
- Sie sollen so angelegt sein, dass sie das tatsächliche Verstehen eines Zusammenhangs erfordern und nicht durch die oberflächliche Anwendung eines Verfahrens zu bearbeiten sind.
- Die gestellten Probleme sollten nach Möglichkeit verschiedene Wege und Niveaus bei der Lösung erlauben und diese auch honorieren. Sowohl kreative Abweichungen von einem erwarteten Verfahren als auch Vereinfachungen einer Aufgabenstellung sind als Darstellung von Kompetenzen zu werten.
- Auch Kompetenzen, von denen erwartet wird, dass sie in den jeweils vorangegangenen Jahrgangsstufen nachhaltig erworben wurden, müssen wieder zur Anwendung kommen.

Bei der Aufgabenstellung ist insbesondere darauf zu achten, dass auch prozessbezogene Kompetenzen zur Geltung kommen und in die Bewertung einfließen können:

- **Argumentieren**

Schülerinnen und Schüler sollen zeigen, dass sie in innermathematischen Situationen stichhaltig und mit angemessenen Fachbegriffen argumentieren können. In Modellierungssituationen müssen Annahmen und Voraussetzungen begründet sowie Ergebnisse interpretiert und bewertet werden. In einer Leistungsüberprüfung müssen solche Argumentationskompetenzen in Form von selbstständig verfassten Textpassagen eingefordert werden.

- **Problemlösen**

Problemlöseaufgaben zeichnen sich nicht durch ihren erhöhten Schwierigkeitsgrad, sondern durch ihre Offenheit aus. Jede Leistungsüberprüfung sollte Aufgaben enthalten, bei denen Schülerinnen und Schüler bekannte Verfahren abwandeln, neue kombinieren oder entwickeln müssen. Hierbei kann es sich auch um einfache Aufgaben handeln, bei denen ein erarbeitetes Verfahren rückwärts gedacht werden muss (z. B.: Zeichne drei, nicht kongruente Dreiecke mit derselben Grundseite und dem Flächeninhalt  $24 \text{ cm}^2$ ).

- **Modellieren**

Die meisten mathematischen Begriffe der Sekundarstufe I eignen sich zur Beschreibung von Realsituationen. Ein Teil der Aufgaben in einer Leistungsüberprüfung sollte diese Seite der Mathematik auch widerspiegeln. Insbesondere sollten Schülerinnen und Schüler dabei zeigen, dass sie reflektiert mit Mathematik in solchen Realsituationen umgehen, z. B. indem sie Annahmen kenntlich machen oder Modelle im Nachhinein auf ihre Angemessenheit oder Nützlichkeit bewerten.

Den prozessbezogenen Kompetenzen kommt bei Leistungsüberprüfungen der gleiche Stellenwert zu wie den inhaltsbezogenen Kompetenzen.

Die Leistungsfeststellung ist daher so anzulegen, dass sie den Lernenden auch Erkenntnisse über die individuelle Lernentwicklung ermöglicht. Die Beurteilung von Leistungen soll demnach mit der Diagnose des erreichten Lernstandes und individuellen Hinweisen für das Weiterlernen verbunden werden. Wichtig für den weiteren Lernfortschritt ist es, bereits erreichte Kompetenzen herauszustellen und die Lernenden zum Weiterlernen zu ermutigen. Dazu gehören auch Hinweise zu erfolgversprechenden individuellen Lernstrategien. Den Eltern sollten im Rahmen der Lern- und Förderempfehlungen Wege aufgezeigt werden, wie sie das Lernen ihrer Kinder unterstützen können.

### Schriftliche Arbeiten (u. a. Klassenarbeiten)

Klassenarbeiten dienen der schriftlichen Überprüfung von Lernergebnissen. Sie sind so anzulegen, dass die Schülerinnen und Schüler Sachkenntnisse und Fähigkeiten - auch inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen - nachweisen können. Sie bedürfen angemessener Vorbereitung und verlangen klar verständliche Aufgabenstellungen.

Es ist auch erwünscht, Schülerinnen und Schüler bei der Auswahl der Aufgabentypen für eine Klassenarbeit angemessen zu beteiligen und so deren Fähigkeit zur Einschätzung der von ihnen erworbenen Kompetenzen zu stärken.

### Weitere Leistungen

Der Bewertungsbereich *Weitere Leistungen* erfasst die Qualität und Kontinuität der Beiträge, die die Schülerinnen und Schüler im Unterricht einbringen. Diese Beiträge sollen unterschiedliche mündliche und schriftliche Formen in enger Bindung an die Aufgabenstellung und das Anspruchsniveau der jeweiligen Unterrichtseinheit umfassen. Gemeinsam ist diesen Formen, dass sie in der Regel einen längeren, abgegrenzten, zusammenhängenden Unterrichtsbeitrag einer einzelnen Schülerin/eines einzelnen Schülers bzw. einer Gruppe von Schülerinnen und Schülern darstellen.

Zu den weiteren Leistungen zählen beispielsweise

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen,
- kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit (Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit, Zuverlässigkeit),
- im Unterricht eingeforderte Leistungsnachweise, z. B. vorgetragene Hausaufgaben oder Protokolle einer Einzel- oder Gruppenarbeitsphase, angemessene Führung eines Heftes oder eines Lerntagebuchs.

Die Fachlehrerin/der Fachlehrer kann daneben auch alternative Formen, wie Lerntagebücher, Portfolios oder langfristig vorzubereitende größere schriftliche Hausarbeiten über eine mathematikbezogene Fragestellung zur Bewertung heranziehen.

Die Durchführung und die Bewertungskriterien müssen den Schülerinnen und Schülern im Voraus transparent gemacht werden. Es ist zu empfehlen, ihnen die Anforderungen und Kriterien an Beispielen zu verdeutlichen.

## 6 Wahlpflichtfach Mathematik

Das Wahlpflichtfach Mathematik soll Schülerinnen und Schüler erreichen, die ein ausgeprägtes Interesse an mathematischen Inhalten und Arbeitsweisen haben und über das Angebot des Pflichtunterrichts hinaus umfassendere und vertiefte Kenntnisse in diesem Bereich erwerben wollen.

Im Wahlpflichtfach Mathematik gelten die gleichen didaktisch-methodischen Prinzipien wie im Pflichtunterricht Mathematik. Die Interessenlage der Kursteilnehmer ist bei der Gestaltung des Kurses besonders zu prüfen und zu nutzen.

Auch der Unterricht im Wahlpflichtkurs muss sich auf die durch die KMK festgelegten Standards und Kompetenzbereiche der Mathematik beziehen. Es gelten dieselben Fachstandards wie im Pflichtunterricht, jedoch erwerben die Schülerinnen und Schüler im Wahlpflichtfach darüber hinausgehende Kompetenzen.

Die Reihenfolge der Themenfelder innerhalb der Doppeljahrgangsstufe 9/10 ist nicht festgelegt. Darüber hinaus zur Verfügung stehende Unterrichtszeit kann für lerngruppenspezifische, weitere Vertiefung oder andere Themenbereiche genutzt werden.

<b>WP 1</b>	<b>Kreisgeometrie</b> Zentrale Leitidee: Raum und Form
Kreisgeometrie dient Schülerinnen und Schülern als Übungsfeld zum Argumentieren. Zusammenhänge zwischen den mathematischen Aussagen werden entdeckt und exemplarisch bewiesen.	
<b>Kompetenzbezug</b> Die folgenden Kompetenzen zum <i>Argumentieren</i> und zur Leitidee <i>Raum und Form</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Begründen von Entdeckungen mathematischer Zusammenhänge am Kreis</li> <li>• Beschreiben von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte</li> </ul> Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen: Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> <li>- konstruieren den In- und Umkreis am Dreieck,</li> <li>- konstruieren Tangenten an einen Kreis,</li> <li>- begründen Sätze vom Umfangswinkel, vom Mittelpunktswinkel und vom Sehnen-tangentenwinkel,</li> <li>- beschreiben Sehnen- und Tangentenviereck,</li> <li>- begründen Sätze und Kehrsätze über Sehnen- und Tangentenvierecke.</li> </ul>	
<b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b> Im Mittelpunkt der Kreisgeometrie stehen Entdeckungsprozesse von Schülerinnen und Schülern, Begründungen und Beweise innermathematischer Zusammenhänge. Bezüge zu den Pflichtmodulen vertiefen die dort erworbenen Kompetenzen. Entdeckungsprozesse können durch den Einsatz dynamischer Geometriesoftware unterstützt werden.	
<b>Sachbezüge</b> Kreise in Kunst und Technik	
<b>Mögliche Vernetzungen</b> Ma: Konstruieren und mit ebenen Figuren argumentieren (P6 7/8)	

<b>WP 2 Zählen und Rechnen in historischer Entwicklung</b> Zentrale Leitidee: Zahl
Die Beschäftigung mit historischen oder (für Schülerinnen und Schüler) unüblichen Zahldarstellungen und Rechenverfahren führt zu einem vertieften Verständnis für die gebräuchlichen Rechenverfahren und die Systematik des Dezimalsystems.
<p><b>Kompetenzbezug</b></p> <p>Die folgenden Kompetenzen zum <i>Kommunizieren</i>, zum <i>Darstellen</i>, zum <i>Umgehen mit symbolischen und technischen Elementen der Mathematik</i> und zur Leitidee <i>Zahl</i> spielen in diesem Modul eine besondere Rolle:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellen von Zahlen in verschiedenen Systemen</li> <li>• Beschreiben von Verfahrensweisen bei der Zahldarstellung und der Durchführung von Rechnungen</li> <li>• Beschreiben von Funktionsweisen der Rechenhilfsmittel</li> <li>• Ausführen von Lösungsverfahren</li> <li>• Einsetzen von Rechenhilfsmitteln</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:</p> <p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben die Veränderungen der Zahlzeichen von der indischen Schreibweise (ca. 3000 v. Chr.) bis zur aktuellen, genormten Darstellung,</li> <li>- erläutern die Notwendigkeit, die Zahl Null durch die Ziffer „0“ darzustellen,</li> <li>- stellen Zahlen in verschiedenen Zahlensystemen (ägyptisch, römisch, babylonisch, dual) dar,</li> <li>- beschreiben die Systematik der Zahldarstellung in verschiedenen Zahlensystemen,</li> <li>- unterscheiden Stellenwertsysteme von anderen Zahlensystemen und beschreiben die Vorteile von Stellenwertsystemen,</li> <li>- führen einfache Rechnungen (Addition und Multiplikation) im Dualsystem durch,</li> <li>- beschreiben den Einsatz historischer Rechenhilfsmittel (Rechenbrett, Abakus, Proportionalzirkel, mechanische Rechenmaschinen nach dem Zählradprinzip, Rechenstab, Zahlentafeln),</li> <li>- erläutern jeweils das Prinzip der historischen Rechenhilfsmittel, die zur Erleichterung der Rechenarbeit dienen,</li> <li>- führen einfachen Rechnungen mit einem der Rechenhilfsmittel aus,</li> <li>- berechnen Quadratwurzeln durch schriftliches Radizieren,</li> <li>- ermitteln Zwischenwerte in Zahlentafeln durch Interpolieren.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b></p> <p>Die Schülerinnen und Schüler vertiefen Basiswissen, wenn sie verschiedene Zahlensysteme zur Zahldarstellung und verschiedene Rechenhilfsmittel und Rechenverfahren zum Lösen von Aufgaben benutzen. Sie diskutieren Vor- und Nachteile von Zahldarstellungen und Rechenverfahren unter Berücksichtigung z. B. historischer oder technischer Aspekte.</p> <p>Durch die Einbindung der Entwicklung mathematischer Symbole und Verfahren in den geschichtlichen Zusammenhang begreifen die Schülerinnen und Schüler die Mathematik als eine sich weiterentwickelnde Wissenschaft.</p>
<p><b>Sachbezüge</b></p> <p>Rechenhilfsmittel (Museumsbesuch)</p>
<p><b>Mögliche Vernetzungen</b></p> <p>In: Aufbau und Wirkungsweise von Informatiksystemen (Modul 1)</p> <p>Ge: Industrialisierung und gesellschaftlicher Wandel</p>

<b>WP 3</b>	<b>Der Goldene Schnitt</b> Zentrale Leitideen: Messen, Raum und Form, Zahl
<p>Das Thema <i>Goldener Schnitt</i> vereinigt in besonderer Weise verschiedene Leitideen und Themenbereiche der Mathematik und hat eine starke fächerübergreifende Ausprägung. Schülerinnen und Schüler betrachten die unterschiedlichen Erscheinungsformen von Fibonacci-Zahlen in der Realität und erkennen dabei die Modellhaftigkeit innermathematischer Zusammenhänge. Die Verknüpfung unterschiedlicher mathematischer Themenbereiche wird z. B. durch die Untersuchung der Fibonacci-Folge und den Vergleich mit dem Verhältnis der gleichen inneren und äußeren Teilung (Goldener Schnitt) deutlich.</p>	
<p><b>Kompetenzbezug</b></p> <p>Die folgenden Kompetenzen zum <i>Modellieren</i> und zu den Leitideen <i>Messen, Raum und Form</i> und <i>Zahl</i> spielen in diesem Modul eine besondere Rolle:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Messen von Streckenlängen</li> <li>• Berechnen der Verhältnisse von Streckenlängen und Berechnen von Zahlenverhältnissen</li> <li>• Erkennen von geometrischen Strukturen (Goldener Schnitt) an Objekten in der Umwelt</li> <li>• Zuordnen von Realsituationen, die zum mathematischen Modell passen</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen: Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erzeugen regelmäßige Fünfecke z. B. durch Knoten eines Papierstreifens,</li> <li>- untersuchen Streckenverhältnisse beim regelmäßigen Fünfeck,</li> <li>- beschreiben das Verhältnis der gleichen inneren und äußeren Teilung,</li> <li>- konstruieren eine Streckenteilung so, dass die gleiche innere und äußere Teilung vorliegt,</li> <li>- beschreiben die Fibonacci-Folge,</li> <li>- entdecken, dass sich das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Fibonacci-Zahlen dem Verhältnis der gleichen inneren und äußeren Teilung annähert,</li> <li>- berechnen die Zahl <math>\Phi = 1,618\dots</math>,</li> <li>- benutzen die Bezeichnung „Goldener Schnitt“ für das Verhältnis der gleichen inneren und äußeren Teilung,</li> <li>- ordnen die Zahl <math>\Phi = 1,618\dots</math> dem <i>Goldenen Schnitt</i> zu,</li> <li>- entdecken Beispiele zum <i>Goldenen Schnitt</i> in der Realität u. a. durch Internetrecherche.</li> </ul>	
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b></p> <p>Der Schwerpunkt des Moduls liegt auf der Entdeckung, dass das mathematische Modell <i>Goldener Schnitt</i> - sowohl in der Form der Fibonacci-Zahlen als auch in der Form der gleichen inneren und äußeren Streckenteilung - zu Realsituationen in den verschiedensten Lebensbereichen passt. Informationen dafür finden die Schülerinnen und Schüler auch durch Internetrecherche. Das Modul ist deshalb in weiten Teilen zur selbstständigen Erarbeitung geeignet.</p>	
<p><b>Sachbezüge</b></p> <p>Architektur (verschiedene Gebäude der Antike, der Renaissance etc.) Wachstum von Populationen, Sonnenblume, Blütenformen, Blattstände verschiedener Pflanzen, spiralförmiges Wachstum von Schneckenhäusern etc. Aufteilung in Gemälden, bei Statuen, Modulor-Studien von Le Corbusier</p>	
<p><b>Mögliche Vernetzungen</b></p> <p>Bi: Pflanze - nicht nur grün (P1 9/10) Mu: „Harmonische Teilung“ oder „Göttliche Teilung“, Harmonielehre Ma: Proportionalität (P2 7/8, P7 7/8); Ähnlichkeit (P2 9/10); Irrationale Zahlen (P1 9/10); Platonische Körper (WP 6)</p>	

<b>WP 4</b>	<b>Lineares Optimieren</b> Zentrale Leitideen: Zahl, Funktionaler Zusammenhang
Die Behandlung linearer Optimierungsprobleme in einem anwendungsbezogenen Mathematikunterricht eröffnet vielfältige Möglichkeiten. Die Probleme sind leicht verständlich und die Lösungsmethoden vielfältig. Das Lösen linearer Optimierungsprobleme eignet sich besonders für die Festigung mathematischer Verfahrensweisen. So üben Schülerinnen und Schüler das Umformen von Gleichungen und Ungleichungen, das graphische Lösen von Gleichungs- und Ungleichungssystemen und das Umwandeln kontextbezogener Aufgabenstellungen in geometrische Inhalte und lineare Funktionen.	
<b>Kompetenzbezug</b> Die folgenden Kompetenzen zum <i>Modellieren</i> , <i>Problemlösen</i> , zu <i>Darstellungen verwenden</i> und zu den Leitideen <i>Zahl</i> und <i>Funktionaler Zusammenhang</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren mit linearen Funktionen mit einer und zwei Variablen</li> <li>• Darstellen und Lösen von Problemen mit linearen Modellen</li> </ul>	
Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen: Schülerinnen und Schüler	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- stellen Zielfunktionen und Nebenbedingungen durch lineare Funktionen und lineare Ungleichungen dar,</li> <li>- bestimmen maximale und minimale Werte einer linearen Funktion der Form <math>f(x, y) = ax+by+c</math>,</li> <li>- lösen lineare Optimierungsaufgaben graphisch,</li> <li>- beschreiben die Lösungsmengen einer linearen Ungleichung und eines linearen Ungleichungssystems mit zwei Variablen,</li> <li>- überprüfen am Beispiel, ob ein lineares Optimierungsproblem lösbar ist.</li> </ul>	
<b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b>	
Ausgehend von einem großen Potential interessanter Sachaufgaben beschäftigen sich Schülerinnen und Schüler selbstständig mit der Lösung von linearen Optimierungsproblemen. Graphisches Lösen wird durch geeignete geometrische Begründungen gestützt. Graphisch ermittelte Lösungen werden soweit möglich rechnerisch überprüft. Der methodisch geschickte Einsatz von Computer-Algebra-Systemen kann die Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler erhöhen.	
<b>Sachbezüge</b> Landwirtschaft, Transportwesen, Fertigung	
<b>Mögliche Vernetzungen</b> Ma: Mit Funktionen Beziehungen und Veränderungen beschreiben (P4 7/8)	

<b>WP 5 Kryptologie</b> Zentrale Leitideen: Zahl, Daten und Zufall
<i>Kryptologie</i> spielt in unserer Informationsgesellschaft eine zunehmend wichtige Rolle. Das bargeldlose Bezahlen mittels EC-Karte oder das Benutzen von Kartentelefonen und Handys sind nur zwei Beispiele, an denen die Notwendigkeit der Verschlüsselungen durch die Forderung nach Datensicherheit deutlich wird. Schülerinnen und Schüler erkennen die Notwendigkeit der Technologie und gewinnen einen Einblick in die dahinter stehende Mathematik.
<p><b>Kompetenzbezug</b></p> <p>Die folgenden Kompetenzen zum <i>Argumentieren</i> und zu den Leitideen <i>Zahl</i> und <i>Daten und Zufall</i> stehen im Mittelpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erkennen der gesellschaftliche Relevanz der Thematik</li> <li>• Einschätzen der Sicherheit verschiedener Verschlüsselungsverfahren</li> <li>• Nutzen kombinatorischer Überlegungen zur Verschlüsselung</li> <li>• Begründen der Notwendigkeit moderner kryptologischer Verfahren</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:</p> <p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben die Bedeutung der Verschlüsselung, indem sie aktuelle Beispiele zu Datensicherheit und Datenmissbrauch sammeln,</li> <li>- sammeln Informationen zur Entwicklung der Kryptologie in ihrem historischen Zusammenhang,</li> <li>- informieren sich über Datensicherheit, z. B. durch Internetrecherche,</li> <li>- machen sich mit einfachen Chiffriermethoden der klassischen Kryptologie vertraut, indem sie Texte sowohl mit einem Substitutionsverfahren als auch einem Transpositionsverfahren verschlüsseln,</li> <li>- entschlüsseln einfach verschlüsselte Texte (z. B. Caesarchiffre) ohne Kenntnis der Schlüssel, z. B. mit Hilfe von Häufigkeitstabellen,</li> <li>- stellen einfache kombinatorische Überlegungen an, um die Sicherheit einer Verschlüsselung einzuschätzen,</li> <li>- beschreiben den Unterschied zwischen nicht-kryptischen Verfahren, klassischer Kryptologie und moderner Kryptologie,</li> <li>- machen sich mit der Idee der modernen Kryptologie (RSA-Verfahren, DES oder IDEA) vertraut und vollziehen mindestens ein Verfahren nach,</li> <li>- erläutern die gesellschaftliche Relevanz der Verfahren.</li> </ul>
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b></p> <p>Die Schülerinnen und Schüler haben mit diesem Wahlpflichtmodul die Gelegenheit den fließenden Übergang von Mathematik zur Informatik zu erfahren. Der Reiz der Einheit liegt in einer möglichen Steigerung der Komplexität. Der Übergang von der klassischen zur modernen Kryptologie, die ohne Stochastik und Kombinatorik aber auch ohne Zahlentheorie (Primzahlzerlegung, Restklassenbetrachtungen) nicht auskommt, wird an einfachen Beispielen deutlich.</p>
<p><b>Sachbezüge</b></p> <p>Internet, Handy, Bankwesen (z. B. Sicherheit von Konten), Schutz personenbezogener Daten (z. B. Krankenkassenkarten)</p>
<p><b>Mögliche Vernetzungen</b></p> <p>In:    Aufbau und Wirkungsweise von Informatiksystemen (Modul 1);           Nutzung von Standardsoftware (Modul 2);           Leben mit vernetzten Systemen (Modul 4)</p>

<b>WP 6</b>	<b>Platonische Körper</b> Zentrale Leitidee: Raum und Form
<p><i>Platonische Körper</i> nehmen als spezielle Polyeder eine besondere Rolle ein. Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr Raumvorstellungsvermögen durch den Bau und die Darstellung unterschiedlicher Platonischer Körper. Mit Hilfe von Systematisierungen und ihren Kenntnissen über Symmetrien erschließen sich die Schülerinnen und Schüler die besonderen Eigenschaften dieser Körper.</p>	
<p><b>Kompetenzbezug</b></p> <p>Die folgenden Kompetenzen zum <i>Argumentieren</i>, zu <i>Darstellungen verwenden</i> und zur Leitidee <i>Raum und Form</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nutzen von Systematisierungen zum Argumentieren</li> <li>• Verwenden unterschiedlicher Darstellungsformen zur Argumentation</li> </ul> <p>Die folgenden Schülertätigkeiten dienen dem Erwerb dieser Kompetenzen:</p> <p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- entdecken und beschreiben Eigenschaften von regelmäßigen Polyedern, z. B. Fußball,</li> <li>- entwickeln aus einem Polyeder durch Systematisierungen besondere Körper,</li> <li>- skizzieren und konstruieren Abwicklungen Platonischer Körper,</li> <li>- vergleichen unterschiedliche Abwicklungen auf ihre Brauchbarkeit zur Herstellung der entsprechenden Körper,</li> <li>- stellen Platonische Körper auch als Schrägbilder oder mit Hilfe von Schlegeldiagrammen dar,</li> <li>- erläutern die Dualität Platonischer Körper am Modell und begründen sie für mindestens einen Körper,</li> <li>- beschreiben die besonderen Eigenschaften der Platonischen Körper,</li> <li>- grenzen Platonische Körper zum Beispiel gegen Archimedische Körper ab,</li> <li>- entwickeln aus den Platonischen Körpern durch Veränderungen Archimedische Körper (Sterne aufsetzen, Ecken abschneiden),</li> <li>- begründen mit Hilfe der Symmetrieeigenschaften, dass es sich bei den Platonischen Körpern um Inkugelkörper handelt,</li> <li>- beschreiben die kulturhistorischen Bezüge der regulären Polyeder,</li> <li>- begründen den Eulerschen Polyedersatz,</li> <li>- begründen, dass es nur fünf Platonische Körper gibt.</li> </ul>	
<p><b>Hinweise zum Erwerb der Kompetenzen im Unterricht</b></p> <p>Die Betrachtung eines speziellen Polyeders, z. B. des Fußballs, wirft vielfältige Fragen auf. Ausgehend von den Erkenntnissen an einem Körper können Schülerinnen und Schüler weitere Polyeder untersuchen und nach Systematisierungen suchen. Dabei nutzen sie ihre Kenntnisse aus Parkettierungsproblemen in der Ebene und stellen vergleichende Betrachtungen an. Die Beweisführung, dass es nur fünf Platonische Körper gibt, ist für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler eine Herausforderung. Aber auch einfachere Beweise wie die Inkugelbetrachtung bieten vielfältige Gelegenheiten zur Argumentation.</p>	
<p><b>Sachbezüge</b></p> <p>Architektur, Design (z. B. Lampen, Möbel)</p>	
<p><b>Mögliche Vernetzungen</b></p> <p>Ch: Molekülmodelle, Kristalle</p>	